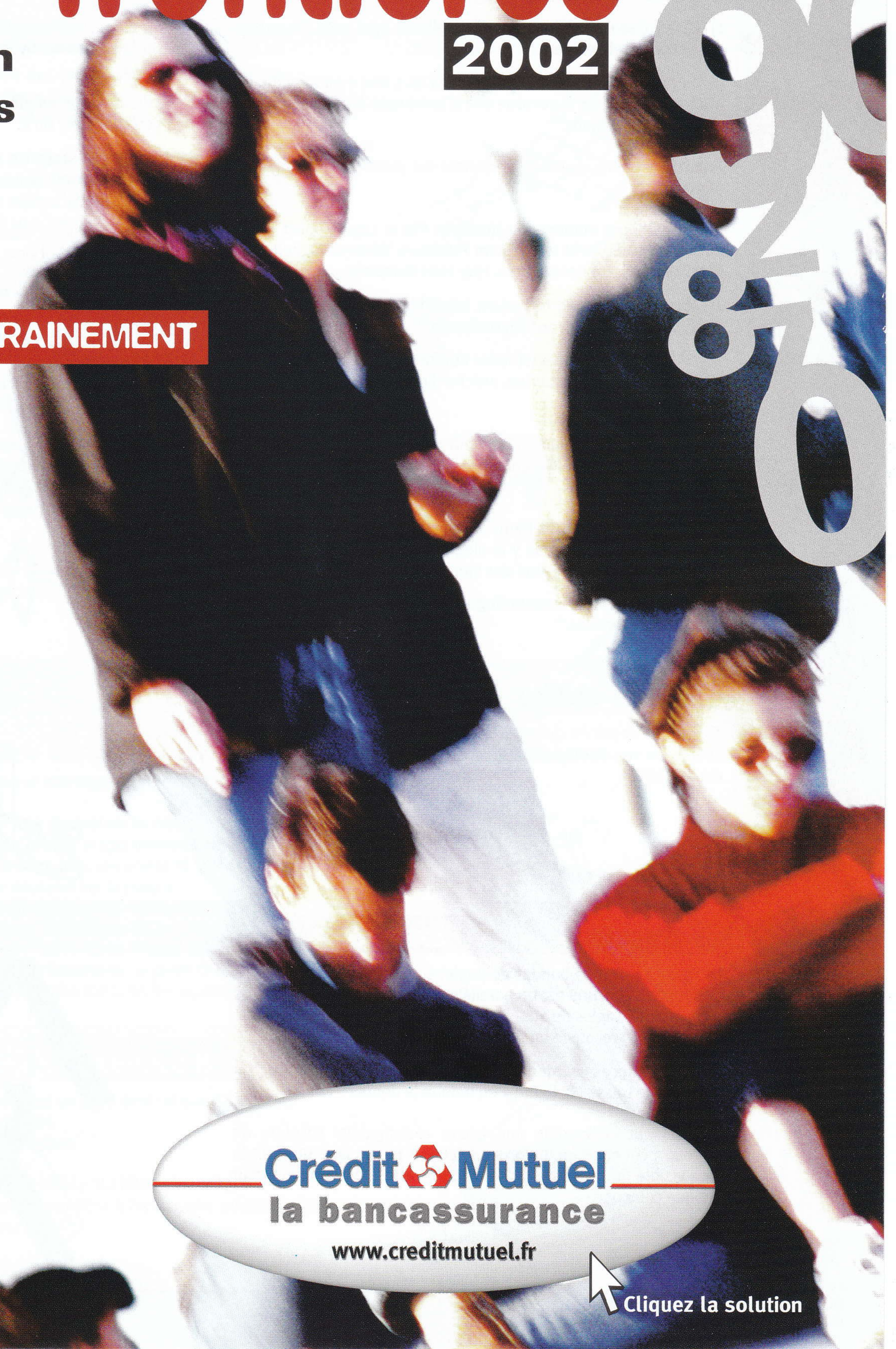
Mathématiques sans frontières

2002

Compétition inter-classes de 3^e et 2de



EPREUVE D'ENTRAINEMENT

Organisée par
l'Inspection Pédagogique Régionale et L'IREM de Strasbourg

Coordination générale :
Mathématiques sans Frontières
4, rue Jacques Peirotes
67000 Strasbourg
Fax : + (33)(0)3 88 35 53 31

ACADEMIE DE STRASBOURG
DÉPARTEMENT DU HAUT-RHIN
COMMISSION EUROPÉENNE
Région Alsace
CONSEIL GENERAL DU BAS-RHIN

Des explications ou des justifications sont demandées pour les exercices 2, 5, 9, 10, 11, 12 et 13.
Toute solution même partielle sera examinée.
Le soin sera pris en compte. Ne rendre qu'une feuille-réponse par exercice.

Mot de tête — Exercice 1 — 7 points

LANGUE VIVANTE

Solution à rédiger en allemand, anglais, espagnol ou italien (en un minimum de 30 mots).

L'umorista del Quebec Pierre Légaré gioca volentieri con le parole e si diverte a presentarci dei paradossi sotto forma di brevi affermazioni. Eccone due esempi:

1] "Di fatto, se il servizio meteo si sbagliasse ogni volta , in questo caso ci si potrebbe fidare."

2] "Secondo le statistiche, una persona su 5 non è equilibrata. Se attorno a te ci sono 4 persone che ti sembrano equilibrate, non è una buona situazione."

Analizza e critica le due affermazioni dal punto di vista logico e matematico.

Der aus Quebec stammende Humorist Pierre Légaré spielt gerne mit Worten und liebt es, seinem Publikum Widersinnigkeiten in Form kurzer Sätze darzubieten. Hier zwei Beispiele:

1] „Wenn sich der Wetterbericht tatsächlich immer irren würde, dann könnte man sich auf ihn verlassen."

2] „Statistisch gesehen, ist jeder Fünfte ein Psychopath. Gibt es vier Personen um dich herum, welche dir normal erscheinen, dann ist das nicht gut!"

Untersuche und kritisiere diese beiden Sätze unter logischem und mathematischem Gesichtspunkt.

El humorista quebequés Pierre Légaré practica con gusto el arte de los juegos de palabras y le alegra presentamos paradojas en forma de frasecitas. He aquí dos ejemplos de ellas :

1] " De hecho, si los meteorólogos se equivocaran siempre, uno podría fiarse de ellos."

2] " Según las estadísticas, 1 persona de cada 5 está desequilibrada. Si en torno tuyo están 4 personas y que te parecen normales, ¡ay de ti !"

Analiza y critica estas dos frases desde el punto de vista lógico y mathemático.

Quebec humorist Pierre Légaré enjoys playing with words and presenting paradoxes by means of short sentences. Here are two examples :

1] " Actually, if the weather forecast was always wrong, on this point you could rely on it. "

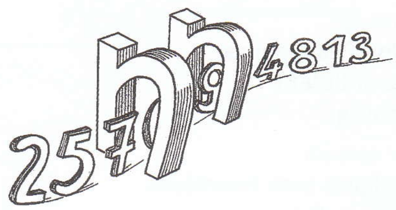
2] " According to statistics, one person out of five is unbalanced. If there are four people around you and if they look balanced to you, then it's not good. "

Analyse and criticise those two sentences from a logical and mathematical point of view.

D' après „Mot de tête" de Pierre Légaré.

Affaire de chiffre — Exercice 2 — 5 points

Trouver un entier de cinq chiffres tel qu'en réunissant ses chiffres et ceux de son double on obtienne exactement les dix chiffres de 0 à 9. **Justifier.**

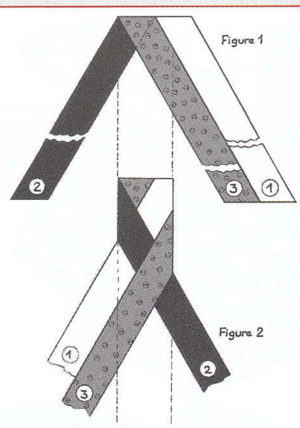


Des tresses — Exercice 3 — 7 points

La figure 1 montre 3 bandes de papier superposables de couleurs différentes. Chacune est un parallélogramme ayant deux côtés de 2 cm et deux angles de 60°.
La bande n° 3 recouvre un coin de la bande n° 2.

En pliant successivement ces bandes, chacune à son tour, on obtient une tresse ; la figure 2 en montre le début.

Réaliser sur ce modèle une tresse rectangulaire tricolore de largeur 3 cm et de longueur supérieure à 15 cm, telle que, sur la face visible du rectangle, la somme des aires soit la même pour chaque couleur.

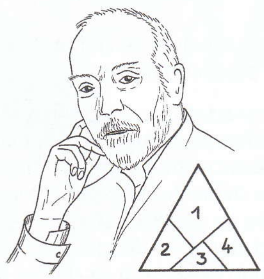


Métamorphose — Exercice 4 — 5 points

Le Mathématicien anglais H.E. Dudeney (1857 - 1930) a inventé un découpage du triangle équilatéral en un puzzle de 4 pièces qui permet de le transformer en un carré (voir figure).

Voici un programme de construction de ce découpage :
Construire un triangle équilatéral ABC de côté 8 cm ; marquer I et J milieux respectifs des côtés [AB] et [AC]. Sur la demi-droite [JA), placer le point R tel que JR = JB.
A l'extérieur du triangle ABC, construire le demi-cercle de diamètre [CR].
La droite (BJ) coupe ce demi-cercle en H.
Sur le côté [BC], placer les points K et L tels que JK = JH et KL = CJ.
Tracer enfin le segment [KJ] ; sur ce segment, placer les points M et N tels que (KJ) soit perpendiculaire à [IM] et [LN].

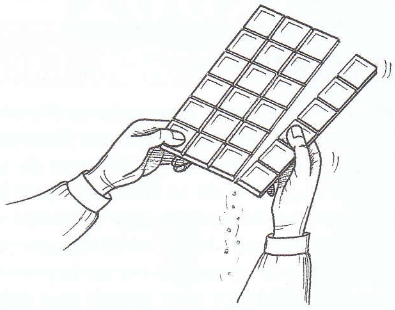
Construire cette figure sur la feuille-réponse.
Refaire la construction sur une autre feuille ; découper les 4 pièces du puzzle, puis les assembler de façon à obtenir un carré que l'on collera sur la feuille-réponse.



Qui est chocolat ? — Exercice 5 — 7 points

Jacques et Germain se font des politesses en mangeant une tablette de chocolat : tous deux sont d'authentiques gourmands mais aucun d'eux ne voudrait être l'égoïste qui prendra le dernier morceau.
La tablette initiale compte 24 carreaux. Chacun, à tour de rôle, casse le chocolat en 2 morceaux rectangulaires suivant une ligne horizontale ou verticale qui sépare les carreaux. Il mange l'un des morceaux et donne l'autre à son compère.

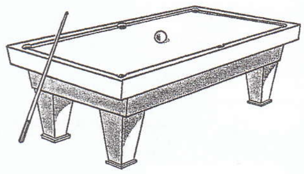
Jacques commence et s'arrange pour que Germain soit obligé de prendre le dernier carreau. Décrire sa stratégie.

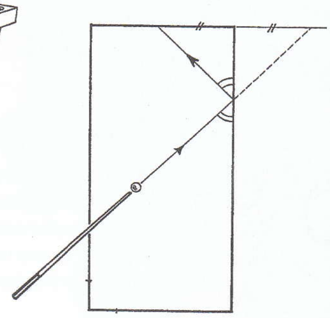


Jeu réfléchi — Exercice 6 — 5 points

Le croquis ci-contre explique comment une boule de billard rebondit sur la bande latérale de la surface de jeu si elle est propulsée sans effet.
La surface de jeu est un rectangle de côtés 1,4 m et 2,8 m. On place une boule en son centre. On veut la propulser de sorte qu'elle rebondisse sur trois bandes consécutives avant de disparaître dans un des quatre trous situés aux coins de la surface.

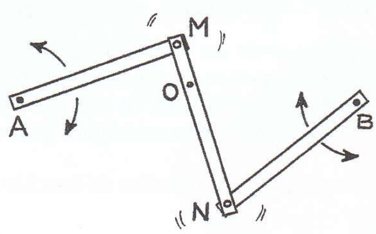
Tracer sur la feuille-réponse un plan du billard à l'échelle 1/40. Construire une trajectoire de la boule en laissant tous les traits de construction.





Courbographe — Exercice 7 — 7 points

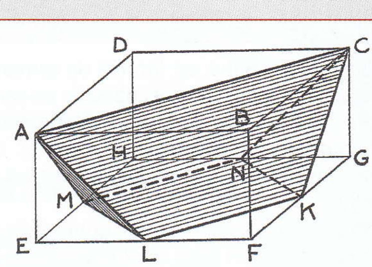
La figure ci-contre représente un montage de barres articulées fixé sur une plaque.
Les points de fixation A et B sont distants de 16 cm.
Les barres AM et BN peuvent pivoter respectivement autour de A et B. Elles sont reliées par la barre MN. Les points M et N sont des articulations qui peuvent se déplacer sur la plaque.
Les 3 barres ont des longueurs égales : AM = BN = MN = 8 cm.
Le point O est situé sur la barre MN tel que MO = 2 cm et ON= 6 cm. Lorsqu'on déplace cette barre dans toutes les positions possibles en faisant jouer les articulations, le point O décrit une courbe étonnante. **Tracer cette courbe sur la feuille-réponse.**



C Kdo — Exercice 8 — 5 points

Le solide ABCDEFGH ci-contre est un pavé droit tel que AE = 3 cm, ABCD est un carré de 6 cm de côté.
M, K, L et N sont des milieux d'arêtes.

Construire deux exemplaires du solide ACKNML.
Assembler ces deux solides de manière à former une pyramide pour l'offrir à votre professeur.



Clé-barres

Exercice 9 **7 points**

Le code EAN 13 (European Article Number) est un nombre à 12 chiffres suivi d'un chiffre de contrôle. Il se décompose comme dans l'exemple : $\underbrace{3}_{\text{Pays}}\ \underbrace{116430}_{\text{entreprise}}\ \underbrace{05808}_{\text{produit}}\ 9$ ← chiffre de contrôle

Pour cet exemple, le chiffre de contrôle se calcule ainsi à partir des 12 premiers chiffres :

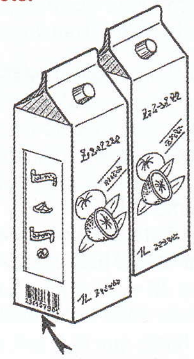
3x1+1x3+1x1+6x3+4x1+3x3+0x1+0x3+5x1+8x3+0x1+8x3=91

Les chiffres sont multipliés alternativement par 1 et par 3.

La différence entre 91 et la dizaine suivante est 100–91=9, qui est alors le chiffre de contrôle (si la somme est un multiple de 10 alors le chiffre de contrôle est 0).

Celui-ci permet de déceler certaines erreurs de lecture. Cependant beaucoup de codes à 12 chiffres ont le même chiffre de contrôle. En particulier, il se peut qu'en permutant 2 chiffres voisins d'un code donné, on obtienne un autre code ayant le même chiffre de contrôle.

Trouver toutes les paires de 2 chiffres voisins dont la permutation donne le même chiffre de contrôle.



3 116430 058089

Court-circuit

Exercice 10 **10 points**

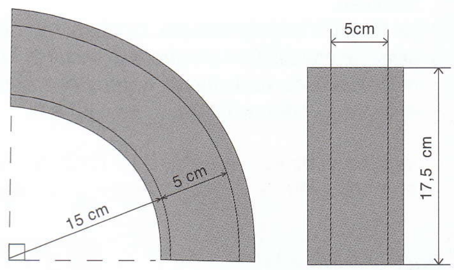
Julien a un circuit pour deux voitures électriques : chacune circule sur une piste et les deux pistes sont distantes de 5 cm.

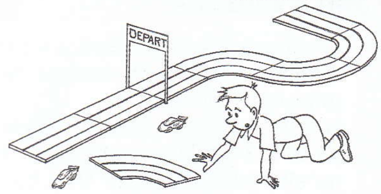
Pour construire un circuit, il dispose de 10 éléments droits de longueur 17,5 cm et de 10 éléments ayant la forme d'un quart de cercle dont les dimensions sont indiquées sur la figure ; le circuit reste en contact avec le sol, ne se recoupe pas et se referme.

Julien sait que la voiture qui est sur la piste extérieure parcourt en un tour une distance plus grande que celle qui est sur la piste intérieure. Il se demande si la différence entre les deux chemins varie suivant le circuit construit.

Tracer à l'échelle 1/5, sur du papier quadrillé au demi-centimètre, deux circuits : le premier sera le plus court possible et le second le plus long possible. Pour chacun d'eux, calculer la différence de longueur entre les deux pistes.

Est-il possible de construire un circuit pour lequel cette différence sera plus grande ? Expliquer.





Le temps s'écoule

Exercice 11 **5 points**

SPECIALE SECONDE

Deux récipients identiques sont pleins.

Chacun est muni de deux robinets : un gros et un petit.

Si on ouvre seulement un gros robinet, il vide le récipient en 30 minutes. Si on ouvre seulement un petit robinet, il vide le récipient en 1 heure. Les récipients ne comportent ni graduation ni repère.

Comment faire pour chronométrer 40 minutes uniquement à l'aide de ces récipients ?

Donner deux solutions.

Tour-bouchon

Exercice 12 **7 points**

SPECIALE SECONDE

Une bouteille est fermée par un bouchon tronconique. Son petit diamètre mesure 3 cm et son côté 1 cm.

En roulant sur la table, ce bouchon décrit une couronne circulaire dont le rayon intérieur est égal à 30 cm.

Calculer le grand diamètre du bouchon.

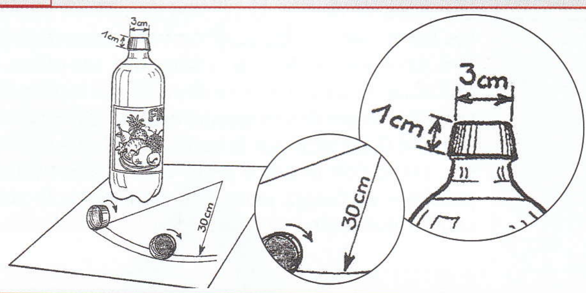


Table de carrés

Exercice 13 **10 points**

SPECIALE SECONDE

La nappe ci-contre est formée de carreaux blancs, noirs et rayés. Sur cette nappe, François observe un carré dont les 4 carreaux de coin sont blancs : il y a donc un nombre impair de carreaux sur chaque côté de ce carré.

François sait que tout entier impair peut s'écrire $2n+1$, où n est un entier.

Exprimer en fonction de n le nombre de carreaux de chaque sorte contenus dans le carré de côté $2n+1$ que François observe.