ACADEMIE DE STRASBOURG

Compétition interclasses de 3ème et de 2nde

organisée avec le concours de l'Inspection Pédagogique Régionale et l'IREM de Strasbourg

Mathématiques sans frontières

Epreuve du 13 mars 2003

- On demande des explications ou des justifications pour tous les exercices sauf pour les numéros 4, 6 et 8.
- Toute solution même partielle sera examinée.
- Le soin sera pris en compte.
- Ne prendre qu'une feuille-réponse par exercice.

Exercice n°1 — 7 points

Pause café

Solution à rédiger en allemand, anglais, espagnol ou italien en un minimum de 30 mots.

Cuatro estudiantes desean cada uno tomar un café durante el recreo y sólo tienen poca moneda. Un café cuesta 35 centimos de euros. La maquina de café ya no tiene cambio. Los responsables vienen para vaciarla.

Alberto tiene una moneda de 1 euro y una de 5 centimos.

Bernardo tiene una moneda de 50 centimos y una de 5 centimos.

Claudia tiene una moneda de 20 centimos y dos de 10 centimos.

Daniela tiene dos monedas de 20 centimos.

Cada uno quiere su café y la vuelta de su moneda. La maquina sólo sirve a una persona a la vez y sólo vuelve monedas cuando las tiene.

¿ Como se las van a arreglar ?

Vier Studenten haben Kaffeedurst, aber leider zu wenig Kleingeld. Ein Kaffee kostet 35 Cent. Der Kaffeeautomat kann im Moment kein Wechselgeld zurückgeben, weil er eben erst geleert wurde.

Albert hat eine 1-Euro-Münze und ein 5-Cent-Stück.

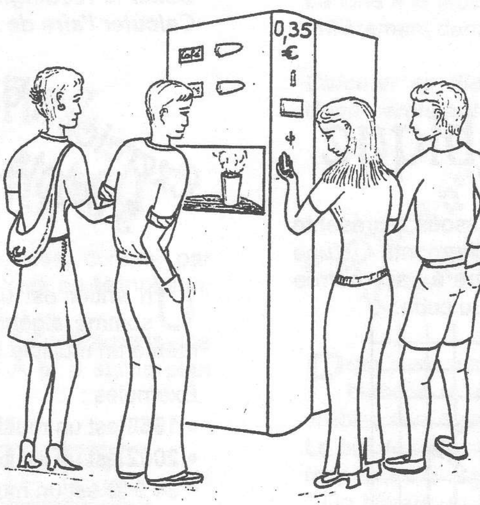
Bernhard hat eine 50-Cent- und eine 5-Cent-Münze.

Claudia hat eine Münze zu 20 Cent und zwei zu 10 Cent.

Daniela hat zwei 20-Cent-Münzen.

Jeder möchte seinen Kaffee und sein Wechselgeld. Der Automat kann nur eine Person auf einmal bedienen und kann nur Wechselgeld herausgeben, wenn er welches hat.

Wie gehen sie vor ?



Quattro studenti desiderano bere un caffè durante l'intervallo delle lezioni e possiedono solo della moneta. Un caffè costa 35 centesimi di euro. La macchinetta non ha più moneta dato che i manutentori l'hanno appena svuotata.

Alberto ha una moneta da 1 euro e una da 5 centesimi.

Bernardo ha una moneta da 50 centesimi ed una da 5 centesimi.

Claudia ha una moneta da 20 centesimi e due da 10 centesimi.

Daniela ha due monete da 20 centesimi.

Ognuno desidera il suo caffè e vuole il suo resto. La macchinetta serve una sola persona per volta e fornisce il resto quando ha moneta.

Come possono organizzarsi ?

Four students wish to have a cup of coffee during their break and have very little change. A cup costs 35 euro cents. The machine has no change left, the people in charge have just come to empty it.

Albert has a 1 euro coin and a 5 cents coin.

Bernard has a 50 cents coin and a 5 cents coin.

Claudia has a 20 cents coin and two 10 cents coins.

Daniela has two 20 cents coins.

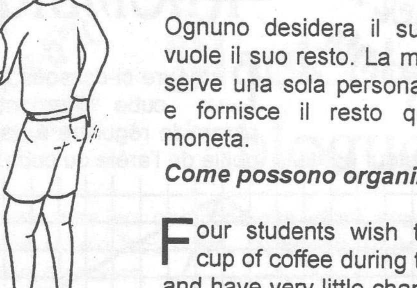
Each of them wants his coffee and his change. The machine serves one person at a time and gives back change only when it has some.

How are they going to manage ?

Exercice n°2 — 5 points

Au suivant !

Une course de relais de 40 km est courue de façon à ce que chaque équipier parcoure un nombre entier de kilomètres. De plus, lorsqu'un coureur reçoit le témoin, il doit courir 1 km de plus que celui qui le lui donne.

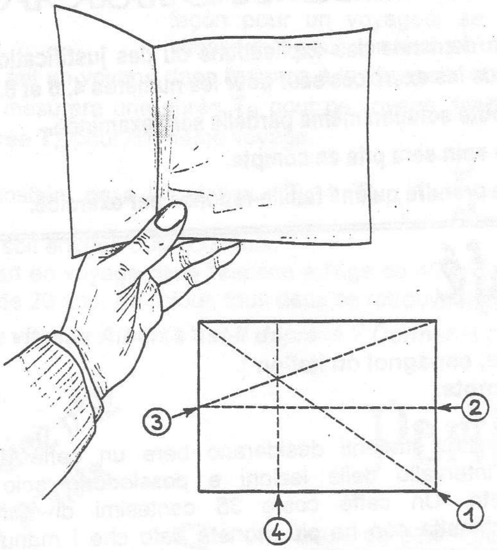


Donner la distance parcourue par chaque membre de l'équipe.

Exercice n°3 — 7 points

Tripli

Voici une méthode qui permet de trouver le tiers de la longueur d'une feuille de papier rectangulaire uniquement par pliages :



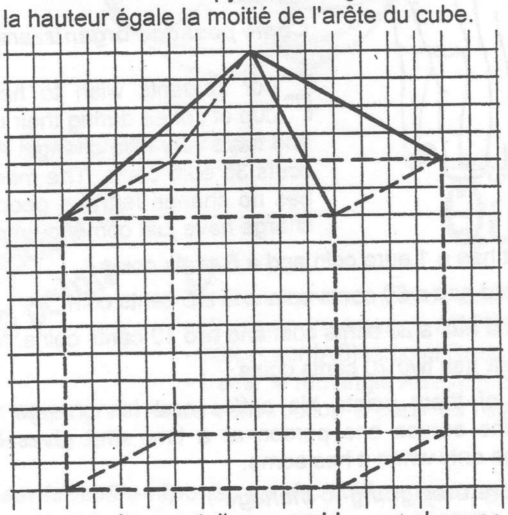
Plier successivement la feuille suivant la diagonale 1, la médiane 2, puis suivant les plis 3 et 4 comme indiqué sur la figure ci-dessus. Le pli 4 donne alors le tiers de la longueur.

Justifier cette méthode.

Exercice n°4 — 5 points

Rhombique

La figure ci-dessous représente un cube surmonté d'une pyramide régulière à base carrée dont la hauteur égale la moitié de l'arête du cube.



Si l'on construit une telle pyramide sur chacune des 6 faces du cube, on observe que les faces de ces pyramides sont deux à deux dans un même plan et s'assemblent pour former des losanges. Ces 12 losanges sont les faces d'un solide appelé **dodécaèdre rhombique**.

Ses 14 sommets sont les 8 sommets du cube et les 6 sommets des pyramides.

Dessiner en perspective cavalière le dodécaèdre rhombique obtenu à partir d'un cube semblable à celui de la figure ci-dessus. Colorier les faces visibles du dodécaèdre.

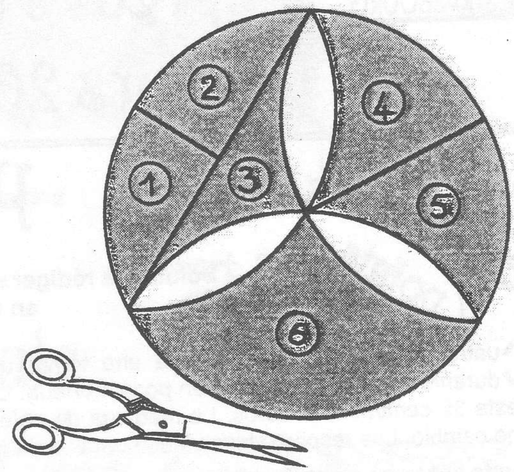
Exercice n°5 — 7 points

C'est pas π

Ci-dessous est dessinée une rosace construite à partir d'un hexagone régulier.

Pour calculer l'aire de la surface grise, on peut la découper en 6 morceaux comme indiqué sur ce dessin.

Avec ces 6 pièces, on peut composer un rectangle.



Réaliser le puzzle à partir d'un disque de rayon 6 cm.
Coller le rectangle sur la feuille-réponse.
Calculer l'aire de la surface grise.

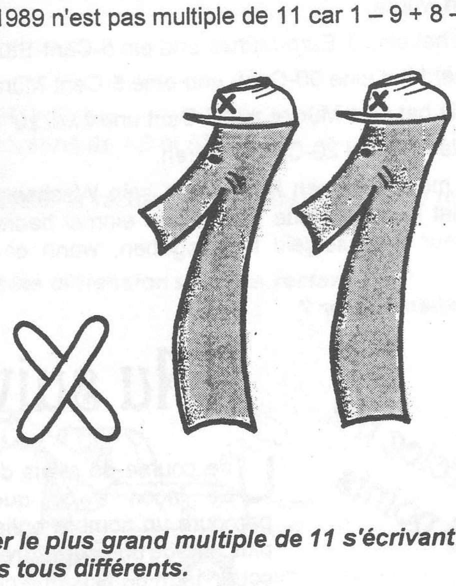
Exercice n°6 — 5 points

Le 11 gagnant

Un entier est un multiple de 11 si et seulement si la somme algébrique **alternée** de ses chiffres est elle-même un multiple de 11, éventuellement négatif ou nul.

Exemples :

- **1958** est un multiple de 11 car 1 – 9 + 5 – 8 = **–11**
- **2002** est un multiple de 11 car 2 – 0 + 0 – 2 = **0**
- **94 919** est un multiple de 11 car 9 – 4 + 9 – 1 + 9 = **22**
- mais 1989 n'est pas multiple de 11 car 1 – 9 + 8 – 9 = –9.



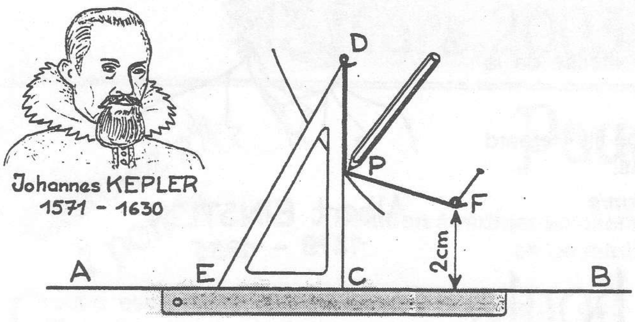
Trouver le plus grand multiple de 11 s'écrivant avec 10 chiffres tous différents.

Exercice n°7 — 7 points

À la ficelle

L'astronome allemand Johannes Kepler a publié une méthode permettant de tracer une parabole en utilisant une règle une équerre, une ficelle, une épingle et un crayon.

On pose la règle le long d'une droite (AB) et on plante l'épingle en un point F. La longueur de la ficelle étant égale au côté CD de l'équerre, on en fixe une extrémité en D et l'autre en F. La pointe P du crayon maintient la ficelle tendue le long de l'équerre le plus loin possible, comme le montre le dessin ci-dessous.



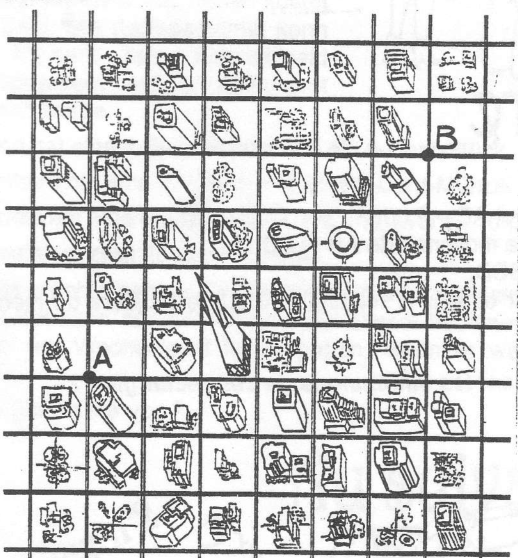
Si on fait glisser le coté EC de l'équerre sur la droite (AB), le point P se déplace alors sur une parabole.

Justifier l'égalité PF = PC.
Dessiner point par point une telle parabole sachant que CD = 14 cm et que F se trouve à 2 cm de la droite (AB).

Exercice n°8 — 5 points

Police Geometry

Dans certaines villes, comme par exemple New York ou Mannheim, les rues forment un quadrillage régulier.
Jules et Jim sont chefs de deux postes de police dans une telle ville. Leurs postes sont marqués A et B sur le plan ci-dessous.

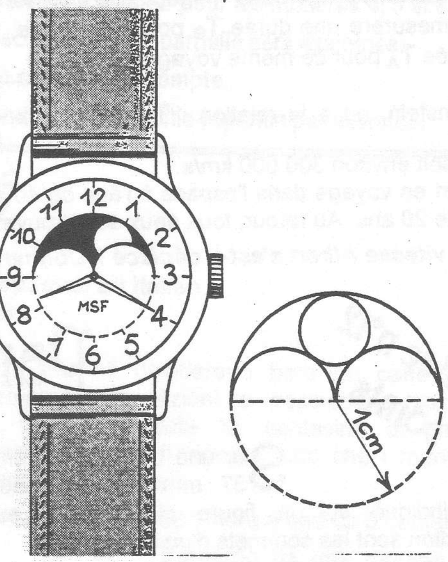


Reproduire le quadrillage sur la feuille-réponse. Marquer en couleur les points de rues pour lesquels la distance minimale à parcourir en voiture pour rejoindre le poste de Jules ou le poste de Jim est la même.

Exercice n°9 — 7 points

Cadran lunaire

Une montre indique mécaniquement les phases de la lune, de la manière suivante :
La lune est représentée par un disque. Celui-ci est dessiné sur une plaque sombre circulaire qui tourne autour du même axe que les aiguilles et que l'on aperçoit dans une ouverture délimitée par 3 demi-cercles.



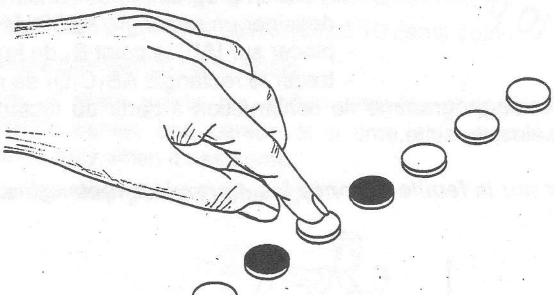
La lune a le plus grand diamètre permettant de se montrer entièrement dans l'ouverture.

Calculer ce diamètre sachant que le rayon du grand demi-cercle est 1 cm.

Exercice n°10 — 10 points

Black blanc bloque

Pour jouer à ce jeu, on aligne des jetons ayant une face blanche et une face noire. Au départ, toutes les faces visibles sont blanches.
Le but du jeu est d'avoir toutes les faces noires visibles en respectant la règle suivante :
" On bloque un jeton avec un doigt et on retourne alors le jeton voisin s'il n'y en a qu'un, les deux voisins s'il y en a deux. On recommence autant de fois que nécessaire. "



Dessiner les alignements de 2 jetons, 3 jetons, etc... jusqu'à 15 jetons. Pour chaque alignement ayant une solution, marquer d'une croix les jetons qui ont été bloqués successivement. Sinon, écrire que cet alignement n'a pas de solution.
Y a-t-il une solution pour un alignement de 2003 jetons ? Justifier la réponse.

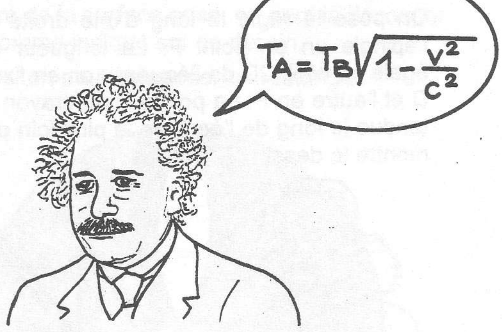
Spécial Seconde

Exercice n°11
5 points

Les voyages forment la jeunesse

Albert Einstein a établi que le temps n'est pas une grandeur absolue et qu'il ne s'écoule pas de la même façon pour un voyageur se déplaçant à très grande vitesse que pour son ami qui reste immobile.
Si Albert fait un voyage dans l'espace à la vitesse **v** et si Bernard reste immobile, Bernard mesurera une durée T_B pour ce voyage, tandis qu'Albert mesurera une autre durée T_A pour ce même voyage.

Selon Einstein, on a la relation : $T_A = T_B \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$ où **c** est la vitesse de la lumière, soit environ 300 000 km/s.
Albert part en voyage dans l'espace à l'âge de 40 ans, alors que son fils Bernard est âgé de 20 ans. Au retour, tous deux se retrouvent âgés de 60 ans.
A quelle vitesse Albert s'est-il déplacé ? Donner la réponse en km/s.

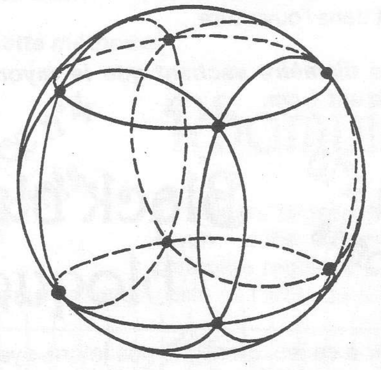


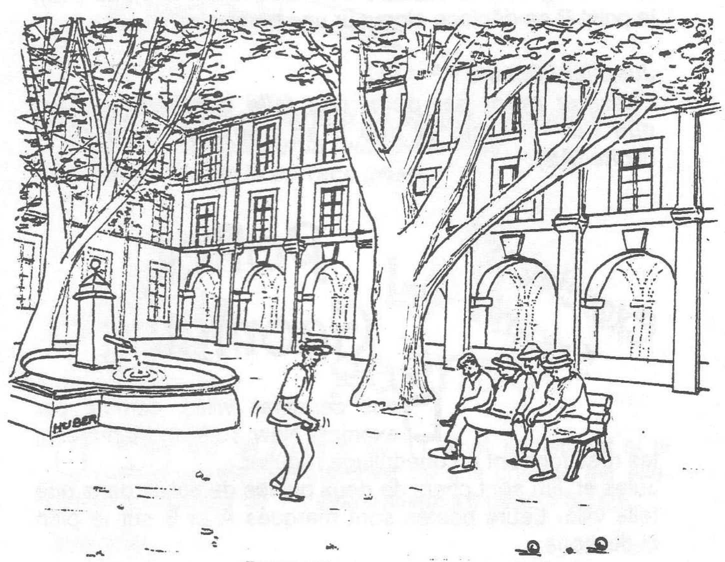
Albert EINSTEIN
1879 - 1955

Exercice n°12
7 points

Partie de boule

Sur une boule de pétanque de rayon 37 mm on veut tracer 6 cercles comme indiqué sur la figure ci-dessous. Leurs 8 points d'intersection sont les sommets d'un cube.





Calculer le rayon de ces cercles.

Exercice n°13
10 points

Quadrature

Voici un programme de construction :
- dessiner un rectangle ABCD de côtés AB = 9 cm et AD = 3 cm.
- placer sur [AB] le point B_1 de façon que AB_1 soit la moyenne de AB et AD.
- tracer le rectangle $AB_1C_1D_1$ de même aire que ABCD.

Répéter ce programme de construction à partir du rectangle $AB_1C_1D_1$ pour obtenir le rectangle $AB_2C_2D_2$ toujours de même aire et ainsi de suite.

Tracer sur la feuille-réponse les 4 premiers rectangles. Comment évoluent les dimensions de ces rectangles ?