

Eléments de solutions pour un corrigé de l'épreuve de découverte édition 2014 (décembre 2013)

Exercice 1 – Les frères Dalton, 7 points

L'exercice peut être traité sans connaissance mathématique particulière.

Il s'agit de bien organiser les différentes indications.

Les infos 2 et 3 permettent de situer Grat (0 ; B ; III). Les infos 1, 2 et 5 permettent de situer Bill (1 ; A ; I).

Emmett peut être situé avec la 4e info et la cellule de Grat (2 ; B ; I).

Au final : **Grat (0 ; B ; III) Emmet (2 ; B ; I) et Bill (1 ; A ; I).**

Exercice 2 – Que du neuf, 5 points

L'astuce consiste à écrire : $2013 \times \underbrace{999\dots\dots 999}_{\substack{\text{nombre écrit avec} \\ \text{2013 chiffres tous égaux à 9}}} = 2013 \times (10^{2013} - 1)$

$$= 2013 \underbrace{00\dots\dots 00}_{\substack{\text{2013 fois le chiffre 0}}} - 2013 = 2012 \underbrace{99\dots\dots 99}_{\substack{\text{2009 fois le chiffre 9}}} 7987$$

Et d'où finalement la somme $2 + 1 + 2 + 2009 \times 9 + 7 + 9 + 8 + 7 = \mathbf{18\ 117}$.

(On peut aussi essayer par tâtonnements et multiplier 2013 successivement par 9 ; par 99 ; par 999 ; par 9 999 etc., à partir de ce rang les nombres trouvés commencent tous par 2012 et se terminent par 7987 et entre ces deux nombres une série de chiffres 9).

Exercice 3 – Géométrie sous-verre, 7 points

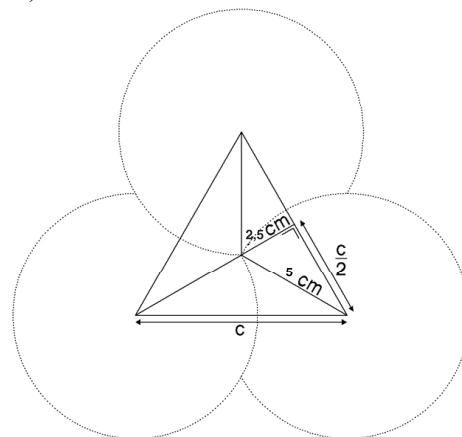
Dans la position recherchée, le centre de gravité du triangle équilatéral se trouve à 5 cm du sommet, ou 2,5 cm de la base.

A partir de la modélisation ci-contre et en utilisant le théorème de

Pythagore, on obtient $\frac{c}{2} = \sqrt{5^2 - 2,5^2} = 2,5\sqrt{3}$

soit $c = 5\sqrt{3} \text{ cm} \approx 8,66 \text{ cm}$.

D'autres solutions en utilisant la trigonométrie, par exemple...



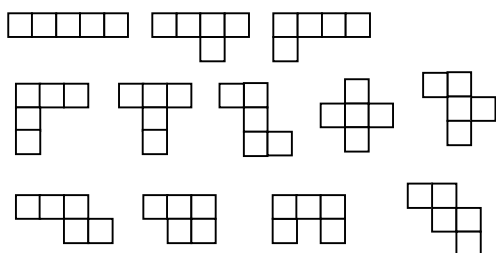
Exercice 4 – Dézoomage, 5 points

A chaque pincement, la distance réelle représentée est multipliée par 4.

Comme on part de 150 m, au bout de 6 pincements on a 614,4 km et 2 457,6 km au bout du 7^e pincement.

C'est donc **7 pincements** qu'il faudra réaliser.

Exercice 5 – Un beau carton, 7 points



1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				

A partir de là, en faisant des essais, on trouve aisément une solution.

Il y en a de très nombreuses. Ci-contre deux d'entre elles.

Exercice 6 – Côté impair, 5 points

Exercice de comptage : Il y a 19 nombres impairs de 1 à 37 et 33 nombres impairs de 1 à 65.

Il y a donc $19 + 33 - 1 = 51$ maisons, côté impair dans ma rue.

On peut aussi considérer le fait que la n -ième maison porte le numéro $2n - 1 \dots$

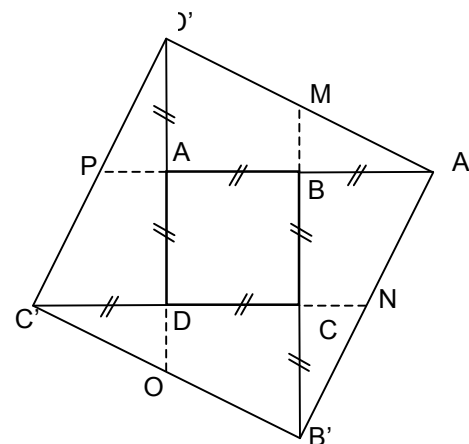
Exercice 7 – Carré perdu, 7 points

On peut commencer par faire la figure comme c'est indiqué dans l'énoncé afin de se donner une idée de la situation.

En utilisant les propriétés de parallélisme des côtés du carré et le théorème des milieux, on montre que M, N, O et P sont les milieux respectifs des segments $[D'A']$, $[A'B']$, $[B'C']$ et $[C'D']$.

Puis on trace $[D'O]$, $[B'M]$, $[A'P]$ et $[C'N]$.

L'intersection des différents segments cités nous donne le carré ABCD.



Exercice 8 – Covoiturage, 5 points

Soit x le nombre de voitures avec 3 ou 4 personnes et y le nombre de voitures avec 1 ou 2 personnes.

Le nombre total de voitures sera : $2x + 2y$.

Le nombre total de personnes sera : $3x + 4x + 2y + y = 7x + 3y = 100$

En faisant un tableau (sachant que x et y sont des nombres entiers) :

	x	1	4	7	10	13
	y	31	24	17	10	3
Nombre de voitures	$2x + 2y$	64	56	48	40	32
Nombre total de personnes	$7x + 3y$	100	100	100	100	100

Les différentes possibilités pour le nombre de voitures entrant dans le parking sont :

64 ; 56 ; 48 ; 40 ; 32.

Pas essais successifs on arrive également au résultat, sans utiliser nécessairement les équations.

Exercice 9 – Algèbre de boules, 7 points

Plusieurs méthodes pour rédiger cet exercice.

On peut bien sûr décomposer les nombres apparents sur les boules en produit de facteurs et faire des déductions successives.

Il est aussi très aisé de placer le 5 dans la boule 96, qui est la seule reliée à 3 multiples de 5 : 20 ; 15 et 60. De même le 7 se trouve dans la boule 12, la seule reliée aux 3 multiples de 7 : 84 ; 112 et 336. On continue par déductions.

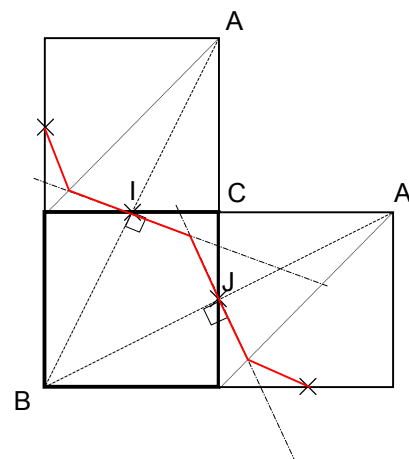
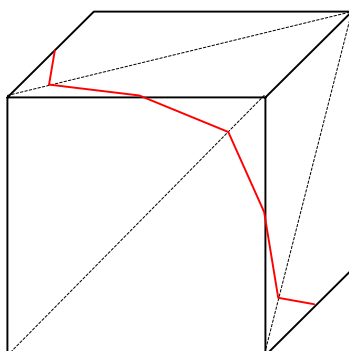
On trouve comme **solution** : (entre parenthèses, le nombre contenu dans les différentes sphères)

$12(7) - 84(3) - 60(6) - 336(4) - 112(1) - 15(2) - 96(5) - 20(8)$

Exercice 10 – Doux partage rusé, 10 points

On trouve facilement les points à égale distance de A et B sur la face avant : ce sont les points de la médiatrice de $[AB]$ situés au-dessus de la diagonale (BC) et ceux de la médiatrice de $[A'B]$ situés en dessous de la diagonale (BC).

De la même manière on peut construire la ligne frontière sur les deux autres faces du développement. Ce qui donnera sur la planète représentée en perspective :



Spécial seconde

Exercice 11 – Mélange des couleurs, 5 points

Plusieurs méthodes : un arbre de dénombrement, tableau des possibles...

Pour les 4 capuchons il y a $4! = 24$ permutations.

La probabilité que chaque capuchon soit sur le feutre correspondant est $\frac{1}{24}$.

La probabilité qu'aucun capuchon ne se trouve sur son feutre correspondant peut se trouver en listant toutes les possibilités. On en trouve 9.

La probabilité qu'aucun capuchon ne se trouve sur son feutre correspondant est $\frac{9}{24} = \frac{3}{8}$.

Exercice 12 – Que des Charlot, 7 points

On part sur un ensemble de 100 élèves.

Si 71 élèves aiment le film A et 76 le film B il y a au moins $71 + 76 - 100 = 47$ élèves qui aiment A et B.

Puisque 63 élèves aiment le film C, il y a au moins $47 + 63 - 100 = 10$ élèves qui aiment tous les trois films.

Le pourcentage minimum des élèves qui ont aimé les trois films est de 10%.

Il se peut aussi, que tous ceux qui aiment le film C aiment aussi A et tous ceux qui aiment A aiment aussi B.

En conséquence les 63 élèves qui aiment C aiment aussi A et B.

Le pourcentage maximum des élèves qui ont aimé les trois films est de 63%.

Exercice 13 – Spécial Secondes GT – C'est le pied, 10 points

On appelle B le sommet qui est le milieu du segment joignant le pied H d'une des hauteurs au milieu I du côté BC. Les points H, B, I et C sont alignés. H est le pied de la hauteur relative à [BC].

Le sommet A est le point d'intersection de cette hauteur avec le cercle de centre B et de rayon BC. Le triangle est isocèle en B.

On pose $HB = BI = IC = a$. Donc $AB = BC = 2a$.

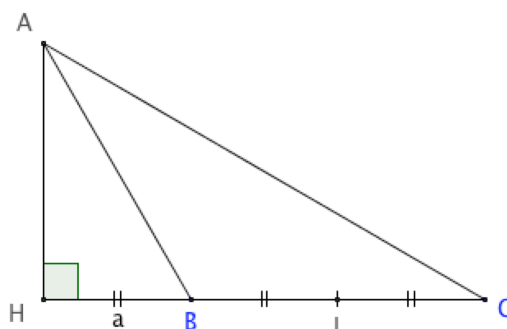
Dans le triangle AHB, d'après le théorème de Pythagore, on obtient :

$$AH = \sqrt{4a^2 - a^2} = a\sqrt{3}.$$

En appliquant le théorème de Pythagore dans le triangle AHC, on obtient : $AC = \sqrt{9a^2 + 3a^2} = 2a\sqrt{3}$.

L'aire du triangle ABC (en mm^2) est égale à $\frac{a\sqrt{3} \times 2a}{2} = 10\,000$. D'où $a = \sqrt{\frac{10\,000}{\sqrt{3}}}$ soit $2a \approx 152$ mm.

Et finalement **$AB \approx 152$ mm et $BC \approx 263$ mm.**



Exercice 13 – Spécial Secondes Pro – Les jetons de Julia, 10 points

Plusieurs méthodes : utilisation du tableur, ou additions successives ...

Le triangle le plus grand est constitué de **1 953 jetons** avec des cotés de **62 jetons**.