

Eléments de solutions pour un corrigé de l'épreuve du 11 mars 2014

Exercice 1 – Questions de questions – 7 points

Les questions peuvent être nombreuses : plus grand ou plus petit, pair ou impair, appartenant ou non aux diviseurs de 6 ; 10 ; par exemple... D'où de nombreuses solutions.

La difficulté est de bien choisir les questions.

Exemple de solution. : 1) Le nombre est-il pair ? 2) Est-il supérieur à 3,5 ? 3) Est-il multiple de 3 ?

Exercice 2 – Equilibre – 5 points

Les masses sont proportionnelles aux volumes.

Sur le plateau de gauche le volume d'un cube est de 256 mm^3 et sur le plateau de droite le volume d'un cube est de 1728 mm^3 .

$\text{PGCD}(256 ; 1728) = 64$; $1728 = 27 \times 64$ et $256 = 8 \times 64$

L'équilibre sera atteint si on place 64 petits cubes à gauche et 27 grands cubes à droite.

Exercice 3 – Sécher dans les pommes – 7 points

Les 5 kg de pommes sont constitués de 80% d'eau, soit 4 kg d'eau et 1 kg de matière sèche.

Après séchage, il reste toujours 1 kg de matière sèche représentant 40% de la masse séchée.

Les 60% d'eau correspondent alors à 1,5 kg.

Les pommes séchées pèsent 2,5 kg.

Exercice 4 – Bon appétit – 5 points

Il est plus facile de calculer le volume qui doit rester après les découpes, que de calculer les volumes des différentes tranches.

	1 ^{er} jour	2 ^e jour	3 ^e jour	4 ^e jour	5 ^e jour	6 ^e jour	7 ^e jour	8 ^e jour	9 ^e jour	10 ^e jour
Volume de départ (cm^3)	10^3	9^3	8^3	7^3	6^3	5^3	4^3	3^3	2^3	1^3
Volume restant (cm^3)	9^3	8^3	7^3	6^3	5^3	4^3	3^3	2^3	1^3	0
Volume mangé (cm^3)	271	217	169	127	91	61	37	19	7	1

Exercice 5 – Curiosity ! – 7 points

Application du théorème de Thalès et interprétation des documents donnés. Réponse à juger suivant l'argumentation présentée dans la solution.

Si Phobos pouvait cacher complètement le Soleil, son diamètre D vérifierait, d'après le théorème de

Thalès : $\frac{D}{1,4 \times 10^6} = \frac{6000}{2,4 \times 10^8}$ et donc $D \approx 35 \text{ km}$.

Cependant sur la photo, on mesure un diamètre apparent de 2,4 cm pour 4,2 cm pour le Soleil.

Le diamètre apparent de Phobos est donc de $4/7$ de celui du Soleil.

Son diamètre réel est d'environ $35 \times 4/7 = 20 \text{ km}$

Le diamètre réel de Phobos est d'environ 20 km.

Exercice 6 – La victoire en comptant – 5 points

La somme de tous les numéros des exercices excède 2014.

Cette somme jusqu'au nombre n est $S_n = \frac{n \times (n+1)}{2}$. On remarque que $S_{61} < 2014 < S_{62}$

$S_{62} = 2016$. $2014 = 2016 - 2$

Le concours comportait 62 questions et **Barnabé s'est trompé à la deuxième question.**

Les élèves ne connaissant certainement pas la formule de la somme des n premiers nombres, vont essayer par tâtonnements, avec une calculatrice ; le travail n'est pas trop ardu.

Exercice 7 – Equerre à tout faire – 7 points

De nombreuses solutions pour ce problème. La justification devra être lue attentivement.

Voici une construction possible :

La bissectrice de l'angle droit est évidente à construire ①.

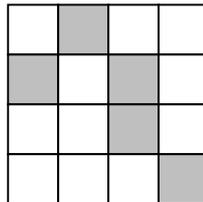
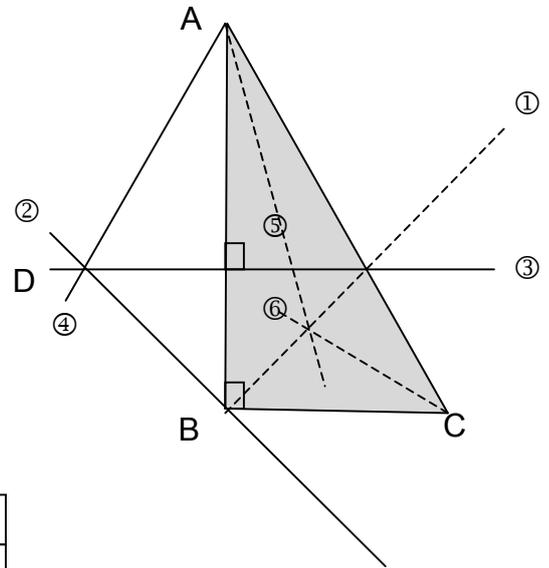
Les étapes ②, ③ et ④ permettent de construire le

symétrique de l'angle \widehat{BAC} par rapport à la droite (AB).

⑤ On trace un angle de 45° de sommet A sur le côté [AD].

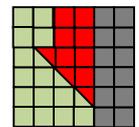
On obtient la bissectrice issue du sommet A.

En utilisant le fait que les trois bissectrices d'un triangle sont concourantes, on peut tracer la troisième bissectrice issue du sommet C, étape ⑥.



Exercice 8 – C'est grisant – 5 points

Ci-contre la grille solution.



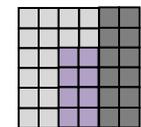
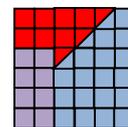
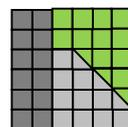
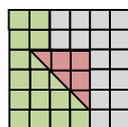
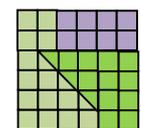
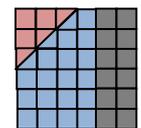
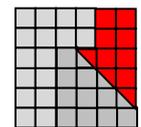
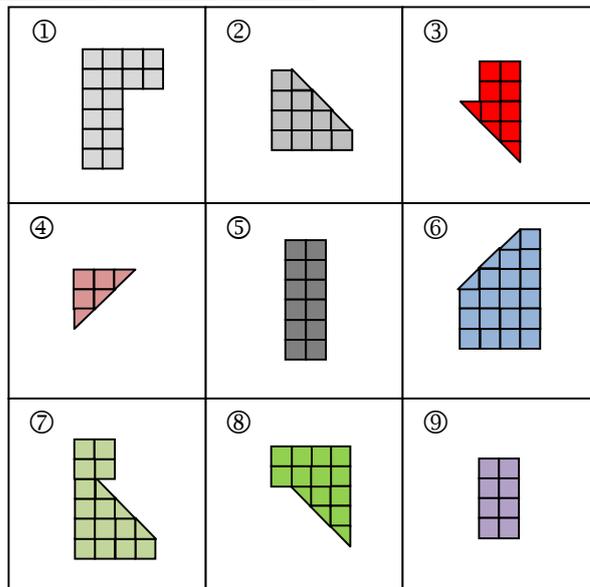
Exercice 9 – Carré magique géométrique – 7 points

En procédant de manière rigoureuse, plusieurs remarques :

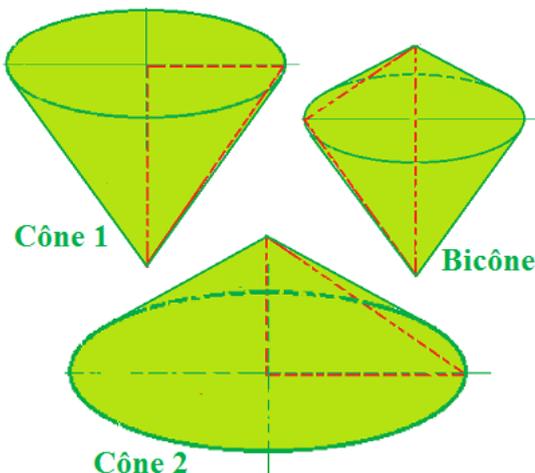
La deuxième colonne ne permet qu'une seule forme pour la case 8.

De même la diagonale descendante ne permet qu'une seule forme pour la case 9.

A partir de là, des déductions pour compléter les autres cases.



Mathématiques
SANS
Frontières



Exercice 10 – Des tours d'équerre – 10 points

$$\text{Volume du cône 1 : } \frac{16 \times 12^2 \times \pi}{3} = 768\pi$$

$$\text{Volume du cône 2 : } \frac{12 \times 16^2 \times \pi}{3} = 1024\pi$$

Volume du bicône :

Il s'agit de calculer d'abord la longueur du troisième côté de l'équerre et la longueur de la troisième hauteur du triangle.

$$\frac{20 \times 9,6^2 \times \pi}{3} = 614,4\pi . \quad \text{Luc n'a pas raison.}$$

Exercice 11 – La horde de uns – 5 points

A l'aide de la calculatrice, les élèves trouveront facilement 111 111.

On regroupe les chiffres de N par paquets de 6 en commençant par la gauche.

On aura 335 paquets, suivis de 4 chiffres 1.

$$1\ 111 = 158 \times 7 + 5$$

Le reste de la division de N par 7 est 5.

Exercice 12 – Bien joué – 7 points

Jan prend le dé A	B bat A avec proba $1/3$	C bat A avec proba $5/9$	D bat A avec proba $2/3$	Léna prend le dé C ou D
Jan prend le dé B	A bat B avec proba $2/3$	C bat B avec proba $1/3$	D bat B avec proba $1/2$	Léna prend le dé A
Jan prend le dé C	A bat C avec proba $4/9$	B bat C avec proba $2/3$	D bat C avec proba $1/3$	Léna prend le dé B
Jan prend le dé D	A bat D avec proba $1/3$	B bat D avec proba $1/2$	C bat D avec proba $2/3$	Léna prend le dé C

Exercice 13 Secondes GT – A rendre chèvre – 10 points

La surface que la chèvre peut brouter peut se décomposer en 3 rectangles, 3 tiers de disques et un triangle évidé.

Il restera un petit pré triangulaire au centre du triangle des rails.

Les trois parties de disques peuvent être rassemblés en un disque d'aire $4\pi\text{ m}^2$.

Les trois parties de rectangles beiges à l'extérieur du rail ont une aire de : $3 \times 10 \times 2 = 60\text{ m}^2$.

Le quadrilatère ABCD est composé de deux triangles rectangles superposables ayant un angle de 30° et l'autre de 60° .

$$BC = 2\text{ m et } AC = 4\text{ m.}$$

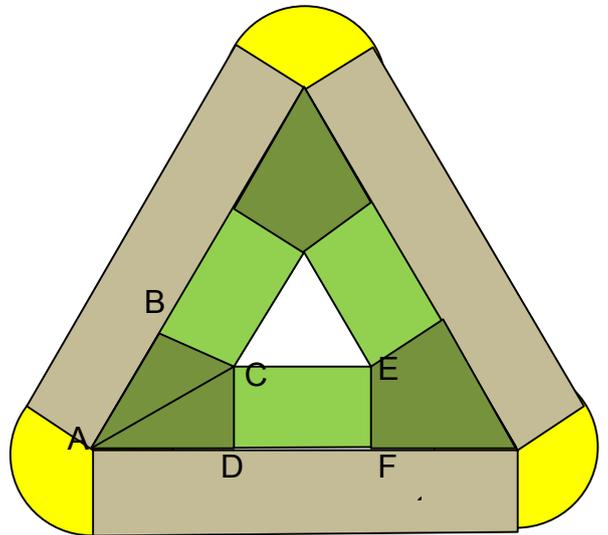
L'aire de ce quadrilatère est alors de : $4\sqrt{3}\text{ m}^2$.

$$AD = 2\sqrt{3}, \text{ d'où } DF = 10 - 4\sqrt{3} \text{ et l'aire du rectangle DCEF est de } 20 - 8\sqrt{3}.$$

L'aire de la surface que peut brouter la chèvre à l'intérieur du rail est alors de :

$$3 \times 4\sqrt{3} + 3(20 - 8\sqrt{3}) = 60 - 12\sqrt{3}\text{ m}^2.$$

L'aire totale que peut brouter la chèvre est de $4\pi + 60 + 60 - 12\sqrt{3} = 120 + 4\pi - 12\sqrt{3} \approx 111,78\text{ m}^2$.



Exercice 13 Secondes Pro – Toujours plus haut – 10 points

En 2013 une tour de 63 étages a été construite. La première tour a été construite en 1953 (et avait 3 étages).

La consigne « Le premier immeuble a un nombre modeste d'étages » est importante. Sans respecter cette consigne, on pourrait aussi trouver qu'en 1992 une tour de 81 étages a été construite et en 2013 une de 102 étages a été réalisée.