Eléments de solutions pour un corrigé de l'épreuve de découverte édition 2015 (décembre 2014)

Exercice 1 – *Tirer le portait* – 7 points

On examine les 3 cas (A vrai, B faux et C faux ; A faux, B vrai et C faux ; A faux, B faux et C vrai). Les deux premiers cas aboutissent à une contradiction, pas le troisième. **Le portrait est donc dans le coffret A.**

Exercice 2 – *Cachotterie* – 5 points

En reportant consciencieusement chaque partie du pliage sur la feuille A4, on se rend compte que les 12 segments formant le périmètre de la figure grisée correspondent à 12 parties du périmètre de la feuille non pliée. La somme des périmètres des 4 triangles grisés est donc égale au périmètre de la feuille A4 soit **101,4 cm.**

Exercice 3 – *Pêche à l'équilibre* – 7 points

Il existe plusieurs résolutions possibles ; en voici une :

Soient P, H, E, B, x les masses du poisson, de l'hippocampe, de l'étoile de mer, d'une barre, et de l'objet caché. On obtient une première égalité, en considérant l'ensemble du mobile : $2B + 3P + 2E + 1H = 3P + 3B + 3H + x$

On obtient une deuxième égalité en considérant uniquement l'équilibre « caché par la main » : $x = 2H + B$.

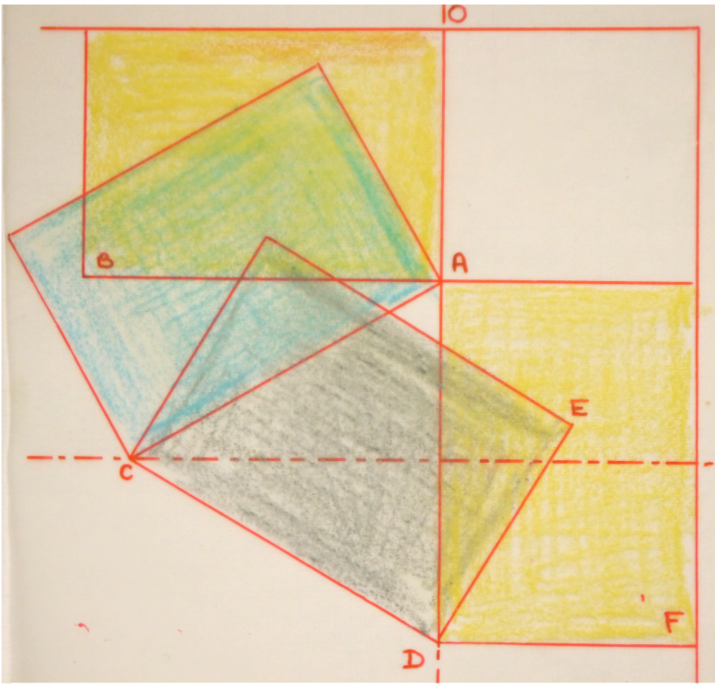
Finalement $x = E$. **L'objet caché derrière la main est une étoile de mer.**

Exercice 4 – *Cinématique* – 5 points

Soit n le nombre d'images du film. La durée au cinéma est $n/24$; à la télé, c'est $n/25$.

La différence entre les 2 durées est $n/24 - n/25$ et est égale à 9 min 30 s soit 570 s.

Ceci donne $n = 570 \times 24 \times 25$. **La durée du film au cinéma est donc** 570s ×25 soit **de 3h57min30s et la durée à la télé est de** 570s × 24 soit **3h48min.**



Exercice 5 – *C'est du lourd !* – 7 points

« Un croquis vaut mieux qu'un long discours ! »

Le croquis ci-joint n'est pas à l'échelle.

On pivote autour de A pour que B vienne en C, C étant sur la médiatrice de [AD].
On pivote autour de C pour que A vienne en D, D étant aligné avec O et A.
On pivote autour de D pour que E vienne en F.

Mathématiques SANS Frontières

<u>Exercice 6 – *Les taux se desserrent* – 5 points</u>

Avec un taux t de réussite en 2013, le taux de 2014 est de 1,2 t. La différence entre ces deux taux, $1{,}2t - t = 0{,}2t$, correspond donc aux 12 (%) relevés par l'élève qui a fait cette comparaison. On est donc passé de 60% à **72% de réussite en 2014**.

<u>Exercice 7 – *Miam-miam* – 7 points</u>

En 30 secondes par exemple, la petite souris mange 1/30 du morceau, la moyenne 1/15 et la grosse 1/10, soit un total de 1/5. Pour dévorer tout le morceau, il leur faudra donc 5 fois 30 secondes, donc **2 minutes et 30 secondes**.

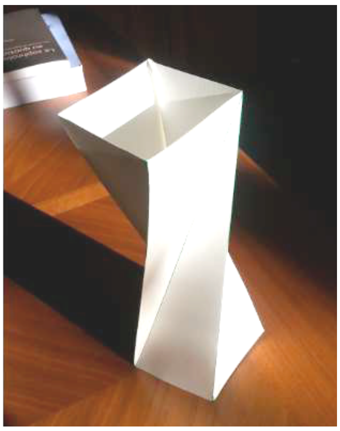
<u>Exercice 8 – *Sans un rond* – 5 points</u>

La liste des nombres de 1 à 15 contient 8 nombres non entourés. Il en est de même pour la liste des nombres de 16 à 30 et ainsi de suite par listes de 15 nombres. Sur 134 listes (134 listes car 2014/15≈314), 1 072 nombres ne sont pas entourés. La suite finale {2011, 2012, 2013, 2014} contient 3 nombres non entourés. **De 1 à 2014, il y a 1 075 nombres non entourés**.

<u>Exercice 9 – *Case 7 magique* – 7 points</u>

En appelant a et b les deux premiers nombres, on obtient pour le nombre de la 7e ligne, $5a+8b$.
La somme des dix nombres écrits est alors $55a+88b = 11(5a+8b)$,
soit 11 fois le nombre de la 7^{e} ligne.

1	a
2	b
3	$a+b$
4	$a+2b$
5	$2a+3b$
6	$3a+5b$
7	$5a+8b$
8	$8a+13b$
9	$13a+21b$
10	$21a+34b$



<u>Exercice 10 – *Twisté* – 10 points</u>

Confection : les plis de 105 cm (à l'échelle 21 cm) sont en arêtes, les plis diagonaux sont en vallées.

Calcul de la hauteur : les sommets des carrés supérieur et inférieur définissent les sommets d'un pavé droit ; les plis arêtes de 105 cm parcourent des diagonales des faces latérales de ce pavé.

$H^2 = 105^2 - 35^2 = 11025 - 1225 = 9800$

$H = \sqrt{9800} = 70\sqrt{2} \approx 99$ cm

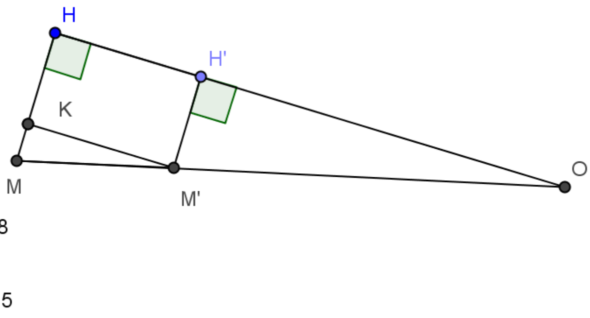
La hauteur réelle du piètement est de $70\sqrt{2}$ cm soit environ 99 cm.

Spécial seconde

<u>Exercice 11 – *Train-train* – 5 points</u>

Chaque passager a deux choix équiprobables : il y a 32 possibilités équiprobables. On compte le nombre de ces possibilités pour chacune des trois répartitions proposées et on obtient pour les probabilités, dans l'ordre de l'énoncé : **2/32, 10/32 et 20/32** (ou 1/16, 5/16 et 5/8).

Exercice 12 – *En connaître un rayon* – 7 points



On calcule la distance entre les deux points de contact des cercles sur la table qu'on notera M et M'.

MM'$=\sqrt{8^2+(7-5)^2}=\sqrt{68}=2\sqrt{17}$ cm

On appelle r le rayon décrit par le point de contact sur la table du petit disque : r = OM'.

On appelle R le rayon du cercle décrit par le point de contact du grand cercle. R = OM.

On applique le théorème de Thalès dans le triangle OMH :

$\dfrac{r}{r+\sqrt{68}}=\dfrac{5}{7}$ d'où $2\,r=5\sqrt{68}$; $\boldsymbol{r=5\sqrt{17}}$ **cm** ($r\approx 20{,}62$ cm)

$R=5\sqrt{17}+2\sqrt{17}=\boldsymbol{7\sqrt{17}}$ **cm** ($\approx 28{,}86$ cm).

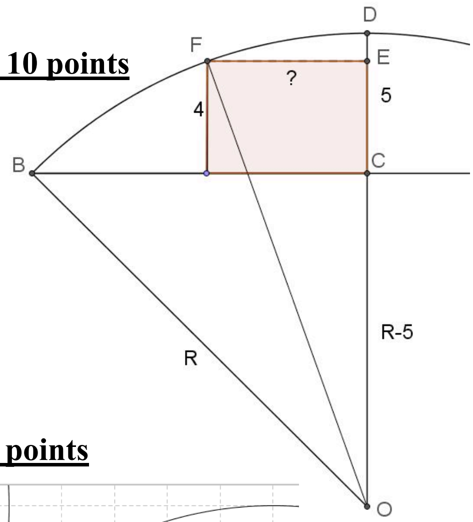
Autre solution :

On appelle R et r les rayons respectifs du grand et du petit cercle. On pose OH' = p.

On a les égalités suivantes (th de Thalès dans les triangles OMH et OM'H' et th de Pythagore dans le triangle OM'H') : $\dfrac{R}{r}=\dfrac{7}{5}$; $\dfrac{R-r}{r}=\dfrac{8}{p}$; $r^2=p^2+5^2$ On en déduit $\dfrac{R}{r}-1=\dfrac{8}{p}$

d'où $\dfrac{8}{p}=\dfrac{2}{5}$ et $p=20$. $r^2=20^2+5^2$ d'où $\boldsymbol{r=5\sqrt{17}}$ **et** $\boldsymbol{R=7\sqrt{17}}$.

Exercice 13 – Spécial Secondes GT – *Passera, passera pas ?* – 10 points



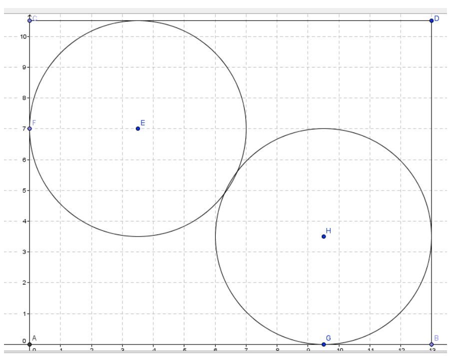
Voici une démarche possible :

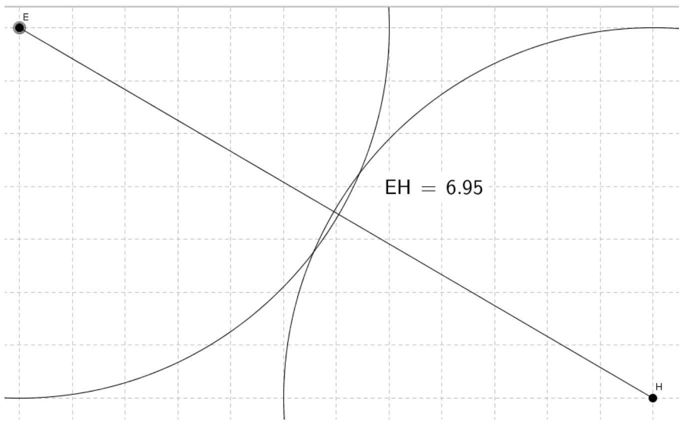
En appliquant successivement le théorème de Pythagore dans les triangles OBC et OFE, on trouve :

- $R^2=(R-5)^2+12^2$ et donc $R=16{,}9$ m ;
- $16{,}9^2=15{,}9^2+\text{FE}^2$ et donc FE $\approx 5{,}73$ m.

La longueur FE étant inférieure à 6 m, **la péniche ne peut pas passer.**

Exercice 13 – Spécial Secondes Pro – *Disques qualifiés ?* – 10 points





La distance entre les deux centres est de 6,95 cm ; **il manque 0,05 cm pour placer les deux disques.**