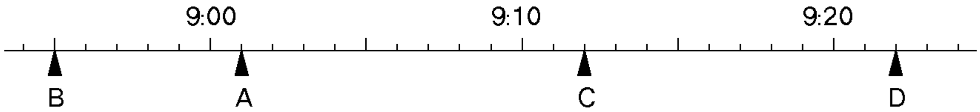
Éléments de solutions pour un corrigé de l'épreuve de découverte édition 2016 (décembre 2015)

Exercice 1 – *Feuilles volantes* – 7 points

Comme il y a 64 nombres de 27 à 90 compris, cela fait 64 pages soit **16 feuilles** (16 = 64 : 4).
Sous la page 26 se trouvent les pages 24, 22, …, 4, et 2 avec leur recto impair, soit 24 pages.
Il y a donc également 24 pages après la page 92. Le magazine compte donc au total **116 pages**.

Exercice 2 – *L'appel du gain* – 5 points



Avec un écart de 27 minutes entre Ben et Denis et les décalages proposés, Éloi ne peut avoir téléphoné avant Ben ni après Denis, et cet écart correspond aux décalages de 7 et 20 minutes. Donc Éloi peut avoir téléphoné à 9h02 ou à 9h15.
9h02 n'étant à 3 minutes de personne, **Éloi a téléphoné à 9h15**, 20 minutes après Ben, 14 après Ahmed, 3 après Charlotte et 7 avant Denis.

Exercice 3 – *Produit de termes !* – 7 points

- Si l'écriture de 22 en somme contient un terme 1, il vaudra mieux le regrouper avec un autre terme n, car dans tous les cas $1 \times n < n + 1$.
- Si l'écriture de 22 en somme contient trois termes 2, il vaudra mieux les écrire $2 + 2 + 2 = 3 + 3$, car $2 \times 2 \times 2 < 3 \times 3$.
- Si l'écriture de 22 en somme contient un terme 4, il vaudra mieux l'écrire $2 + 2$, car bien que $2 \times 2 = 4$, il sera préférable de faire apparaître des termes 2 pour les regrouper éventuellement avec un autre terme 2 et remplacer le tout par $3 + 3$ (voir alinéa précédent) mais pas $4 = 3 + 1$ puisque $3 \times 1 < 2 \times 2$.
- Si l'écriture de 22 en somme contient un terme n supérieur à 4, il vaudra mieux le remplacer par $3 + (n - 3)$ car $3(n-3) > n$ dès que $n > 4{,}5$.

Il résulte de cette étude que la meilleure décomposition de 22 est

$$\mathbf{3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 4 = 22}$$
$$\mathbf{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 4 = 2\,916}$$

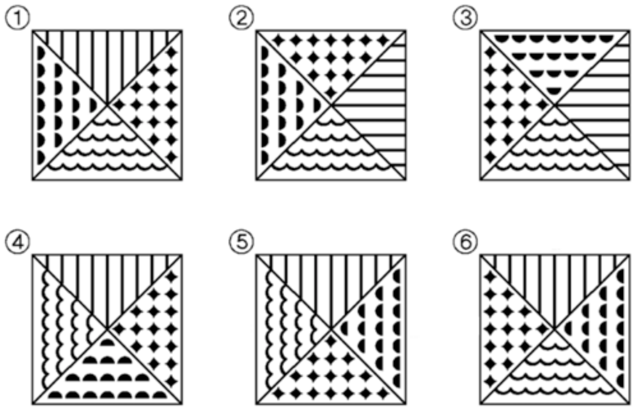
Exercice 4 – *Volée de crêpes* – 5 points

En numérotant 1 2 3 4 5 6 les crêpes de la plus grande à la plus petite.
Voici une suite de manipulations aboutissant au résultat recherché. Le trait épais indique l'endroit où mettre la spatule.
Le nombre minimum de retournements est 4.

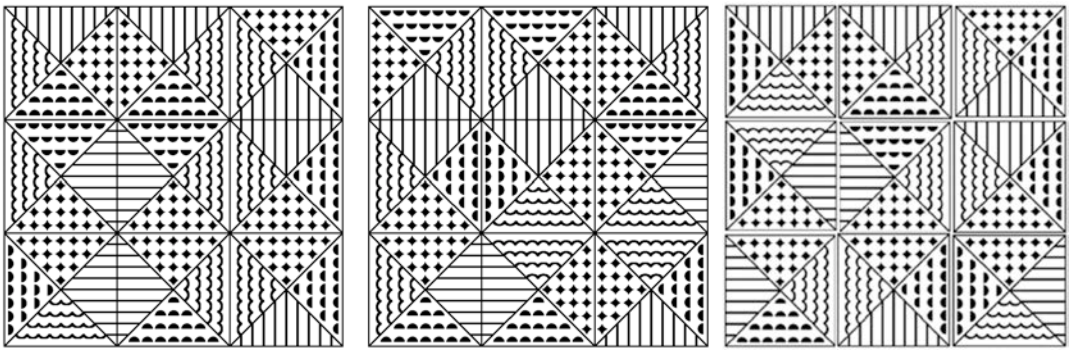
Départ	1er	2e	3e	4e
4	1	2	4	6
1	4	3	5	5
5	5	6	6	4
6	6	5	3	3
3	3	4	2	2
2	2	1	1	1

Exercice 5 – *Lit au carré* – 7 points

Les carrés dessinés 1, 2 et 3 sont ceux de Claude, les 4, 5 et 6 sont donc ceux de Dominique.



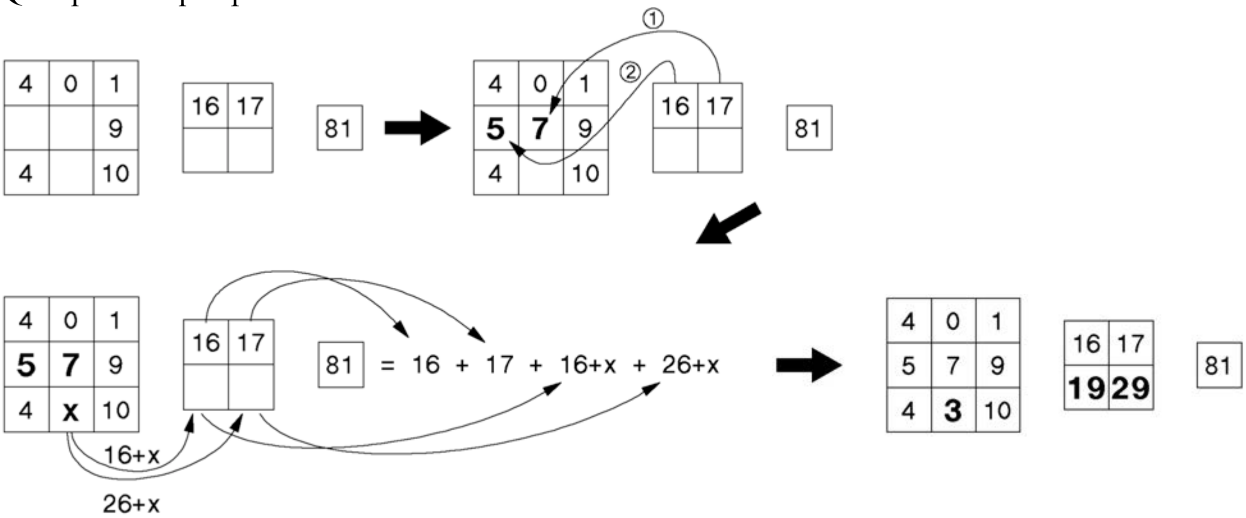
Voici des assemblages possibles :



Il y a d'autres représentations possibles à l'aide de couleurs ou de lettres.

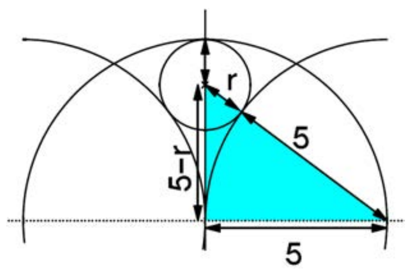
Exercice 6 – *Pyramide* – 5 points

Quelques croquis permettent de résumer la résolution :



Exercice 7 – *Des ronds dans l'O* – 7 points

Quand des cercles sont tangents, que ce soit intérieurement ou extérieurement, leur point de contact est aligné avec leurs centres.
Avec Pythagore dans le triangle rectangle bleu, on a :
$(5+r)^2=25+(5-r)^2$, d'où **r = 1,25**.
Le centre du petit cercle se trouve sur la perpendiculaire de l'axe de la frise, à 3,75 cm du centre d'un grand cercle.



Exercice 8 – *Sur un plateau* – 5 points

Voici 4 répartitions possibles avec P pour plein, D pour demi-plein et V pour vide.

	Plein	Demi-plein	Vide
1^er^ plateau	0	8	0
2^e^ plateau	4	0	4
3^e^ plateau	4	0	4

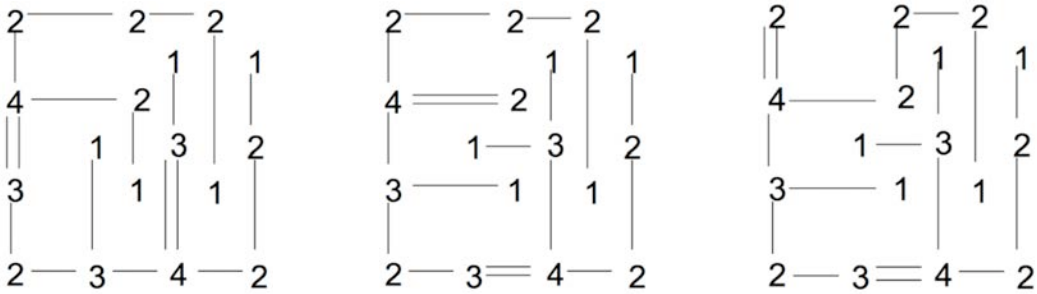
	Plein	Demi-plein	Vide
1^er^ plateau	1	6	1
2^e^ plateau	3	2	3
3^e^ plateau	4	0	4

	Plein	Demi-plein	Vide
1^er^ plateau	2	4	2
2^e^ plateau	2	4	2
3^e^ plateau	4	0	4

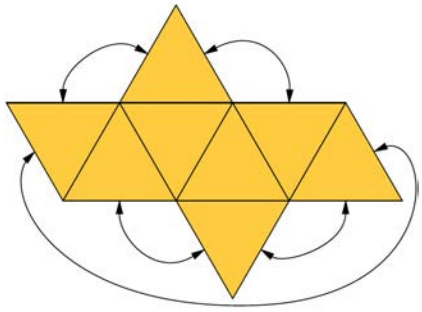
	Plein	Demi-plein	Vide
1^er^ plateau	2	4	2
2^e^ plateau	3	2	3
3^e^ plateau	3	2	3

Exercice 9 – *Hashiwokakero* – 7 points

Voici 3 solutions possibles :



Exercice 10 – *Solide cadeau* – 10 points



Ci-joint le patron de cet antiprisme à base triangulaire.

En le fermant on obtient un octaèdre régulier dont le carré médian de côté 4 cm a une aire de $4 \times 4 = 16$ cm^2.

La hauteur totale de cet octaèdre est la diagonale d'un carré médian soit $4\sqrt{2}$ cm. **Son volume vaut donc $\frac{64\sqrt{2}}{3} \approx 30{,}17$ cm^3.**

Spécial seconde

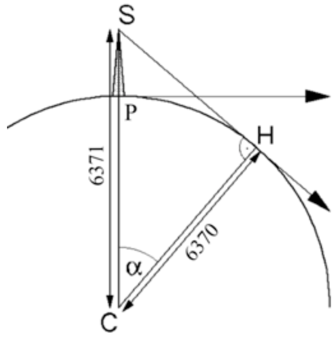
Exercice 11 – *Calcul radical* – 5 points

$\sqrt{1\,111 - 22} = 33$ et $\sqrt{111\,111 - 222} = 333$

On conjecture que $\sqrt{111\,111\,111\,111\,111\,111\,111\,111 - 222\,222\,222\,222}$ = **333 333 333 333**.

On peut démontrer le résultat par factorisation ou juste vérifier que $333\,333\,333\,333^2$ donne bien $111\,111\,111\,111\,111\,111\,111\,111 - 222\,222\,222\,222$.

Exercice 12 – *Perdue de vue* – 7 points



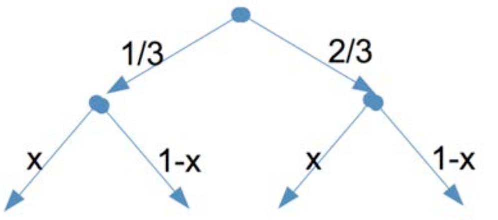
La distance que l'émir Abel aura parcourue lorsque le sommet de la tour ne sera plus visible est la longueur de l'arc de cercle $\overset{\frown}{PH}$. La longueur de cet arc est proportionnelle à l'angle α défini par

$\cos \alpha = \frac{CH}{CS}$; $\alpha = \arccos\left(\frac{6370}{6371}\right)$ soit environ 1°.

$\overset{\frown}{PH} = \frac{\arccos(6370/6371)}{360} \times 2 \times \pi \times 6370 \approx$ **112,86 km.** En prenant $\alpha \approx 1°$, on trouve environ 111,18 km.

Exercice 13 – Spécial 2de GT – *Voleurs sincères* – 10 points

On faisant l'arbre de probabilité, on obtient ceci.



VRAI FAUX FAUX **VRAI**

60 % des personnes interrogées ont répondu « VRAI » d'où l'équation $\frac{x}{3}+\frac{2}{3}(1-x)=0{,}6$ soit $x = 0{,}2$.

Le pourcentage de voleurs parmi les personnes interrogées est de 20%.

Exercice 13 – Spécial 2de Pro – *Méiose* – 10 points

On applique la règle et on note (nombre de triangles ; nombre de rectangles).
On obtient : (1 ; 0) ; (2 ; 1) ; (6 ; 2) ; (16 ; 6) ; (44 ; 16) ; (120 ; 44) : (328 ; 120).

Au 4e jour : 16 triangles et 6 rectangles. Au 7e jour : 328 triangles et 120 rectangles.

jour	triangles	rectangles
1	1	0
2	2	1
3	6	2
4	16	6
5	44	16
6	120	44
7	328	120

Mathématiques SANS Frontières