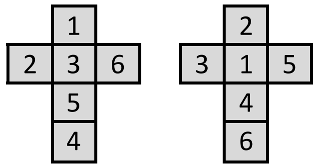
Éléments de solutions pour un corrigé de l’épreuve de découverte de décembre 2017

Exercice 1 – *Chronomèche* – 7 points -

4 + (3 – 1) = 6.
Le garde du château allume d’emblée les trois bougies. 1 heure plus tard, la petite bougie s’éteint. Il éteint alors la bougie moyenne à laquelle il reste donc 2 heures de cire.
Quand la bougie de 4 heures s’éteint, il rallume la bougie restante pour ajouter les 2 heures et va ouvrir les portes dès l’extinction de cette dernière bougie.

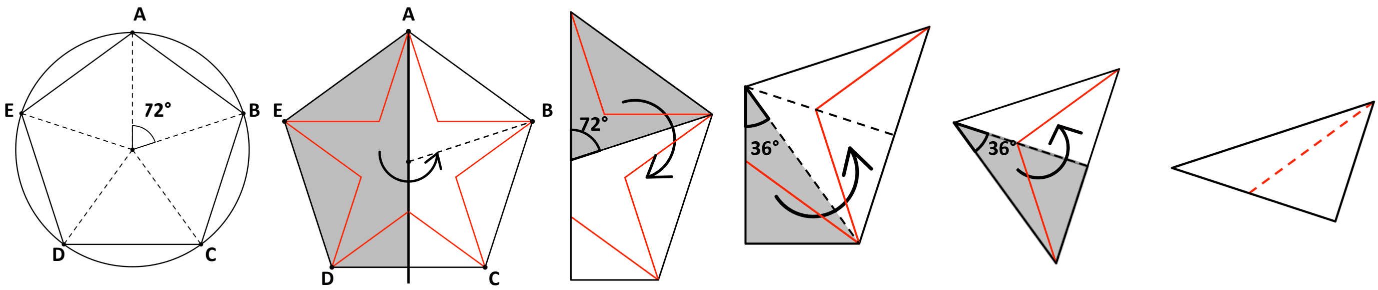
Exercice 2 – *Dés de Dédé* – 5 points -

La somme des 6 chiffres reste 21.
Les trois sommes des faces opposées sont des nombres consécutifs, donc 6, 7 et 8.
Pour les faces opposées, on obtient donc comme seules possibilités
(1 ; 5 3 ; 4 2 ; 6) ou (2 ; 4 1 ; 6 3 ; 5)
On obtient donc deux dés possibles si on ne tient pas compte de l’orientation.



Exercice 3 – *Étoile du shérif* – 7 points -

On commence par construire un pentagone ABCDE inscrit dans un cercle de rayon 10 cm en traçant des angles au centre de 72°. On trace ensuite les segments [AC], [CE], [DA], [EB] et [BD]. L’étoile à cinq branches apparaît alors, il suffit de la tracer en rouge. On découpe le pentagone ABCDE. On procède ensuite par pliages, le premier en pliant le pentagone selon l’un de ses axes de symétrie, le second à 72°, suivi d’un 3e et d’un 4e à 36°. Il suffit pour finir de couper le triangle obtenu selon le trait rouge en pointillé.



Exercice 4 – *C’est grisant* – 5 points -

La difficulté est de savoir où commencer.

2	2	2	1
1	4	2	2
1	3	2	3
0	1	2	1

Exercice 5 – *Les frères Dalton* – 7 points -

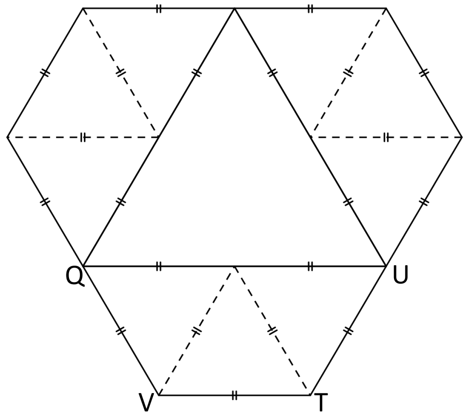
L’exercice peut être traité sans connaissance mathématique particulière.
Il s’agit de bien organiser les différentes indications.
Les infos 2 et 3 permettent de situer Grat (0 ; B ; III). Les infos 1, 2 et 5 permettent de situer Bill (1 ; A ; I).
Emmett peut être situé avec la 4e info et la cellule de Grat (2 ; B ; I).
Au final : **Grat(0 ; B ; III), Emmet(2 ; B ; I) et Bill(1 ; A ; I).**

Mathématiques SANS Frontières

Exercice 6 – *Where is Bryan ?* – 5 points -

Un exercice qui demande beaucoup de minutie. On procèdera par élimination.
Bryan se trouve dans la deuxième rangée à gauche près du mur.

Exercice 7 – *Dé calé* – 7 points -



Calcul de la longueur de la diagonale d'une face du cube de côté 4 cm :
D'après le th. de Pythagore : VT = $\sqrt{4^2+4^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2} \approx 5{,}7$ cm
Donc : QU = 2 $\times$ VT ≈ 11,4 cm.
On obtient trois faces en forme de trapèzes isocèles composés de trois triangles équilatéraux de côté $4\sqrt{2}$, la base est un triangle équilatéral de côté $8\sqrt{2}$.

Exercice 8 – *Tu peux ou tu peux pas* – 5 points -

Il s'agit de trouver tous les triangles à côtés entiers de périmètre 24. Leur existence est régie par l'inégalité triangulaire. Voici les **douze solutions** :
(11 ; 11; 2), (11 ; 10 ; 3), (11 ; 9 ; 4), (11 ; 8 ; 5), (11 ; 7 ; 6), (10 ; 10 ; 4), (10 ; 9 ; 5), (10 ; 8 ; 6), (10 ; 7 ; 7), (9 ; 9 ; 6), (9 ; 8 ; 7), (8 ; 8 ; 8).

Exercice 9 – *Queues de poissons* – 7 points -

Le poisson bleu fait un tour en 36 secondes. En 1 min 30s, il fera 90/36 tours, c'est-à-dire 2 tours et demi. Pendant ce temps, le poisson rouge a fait un demi tour <u>ou</u> un tour complet et un demi tour de plus. Donc Il fait 3 tours en 90 s (soit 1 tour en 30s) ou 4 tours en 90 s (soit 1 tour en 22,5 s).
Le poisson rouge fait 1 tour en 30 s ou 1 tour en 22,5 s.

Exercice 10 – *C'est par où la sortie ?* – 10 points -

Si on entre un nombre n inférieur ou égal à 20 :
1→2→4→8→16→32→28→24→20 (même résultat pour **2** ; **4** ; **8** ; **16**)
3→6→12→24→20 (même résultat pour **6** ; **12**)
5→10→20 (même résultat pour **10)**
7→14→28→24→20 (même résultat pour **14)**
9→18→36→32→28→24→20 (même résultat pour **18**)
11→22→18→36→…→20 et on peut vérifier rapidement pour 13 ; 15 ; 17 ; 19
On retrouve toujours 20.
Si on entre un nombre n supérieur à 20, on pourra considérer sa division euclidienne n = 4q + r.

- Si r=0, alors n=20+4(q-5) ainsi n sera réduit à 20 après (q-5) passages dans la boucle de droite de l'organigramme ;
- Si r=1, r=2 ou r=3, alors n=(16+r) +4(q-4) et n sera réduit respectivement à 17, 18 ou 19 après (q-4) passages dans la boucle de droite de l'organigramme. On trouvera alors la suite des calculs comme précédemment.

Conclusion : **Quelle que soit sa valeur initiale, n sera finalement réduit à 20 par ce programme de calcul.**

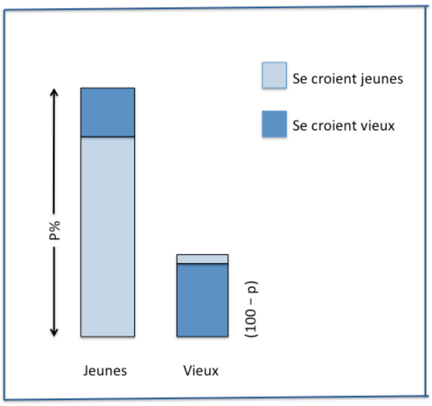
Exercice 11– *Que du neuf !* – 5 points – *Spécial 2^nde^*

L'astuce consiste à écrire :

$$2018\times\underbrace{999.......................999}_{\text{nombre écrit avec 2018 chiffres tous égaux à 9}}=2018\times\left(10^{2018}-1\right)=2018\underbrace{00................00}_{\text{2018 fois le chiffre 0}}-2018=2017\underbrace{99......99}_{\text{2014 fois le chiffre 9}}7982$$

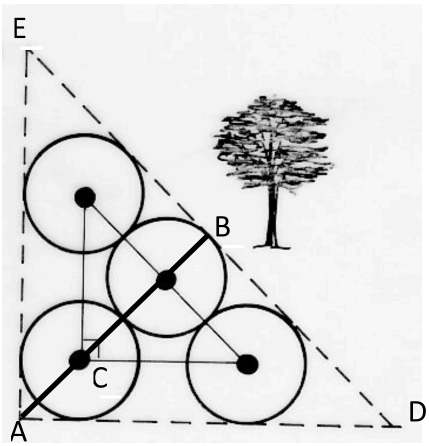
Et d'où finalement la somme $2 + 1 + 7 + 2014 \times 9 + 7 + 9 + 8 + 2$ = **18 162**.

(On peut aussi essayer par tâtonnements et multiplier 2018 successivement par 9 ; par 99 ; par 999 ; par 9 999 etc., à partir de ce rang les nombres trouvés commencent tous par 2017 et se terminent par 7982 et entre ces deux nombres une série de chiffres 9.)



Exercice 12 – *Pour cent âges* – 7 points – *Spécial 2^nde^*

Soit p le pourcentage des jeunes.
On a l'équation : $0{,}2\,p + 0{,}9\,(100 - p) = 34$ à résoudre.
La solution est $p = 80\%$.
Il y a donc 4 000 jeunes dans cette population.



Exercice 13 – *Ne pas se planter* – 10 points – 2^nde^ *GT*

Soit R le rayon de l'aire circulaire autour des arbres.

AC = $R\sqrt{2}$; AB = $R\left(3+\sqrt{2}\right)$

Le périmètre P du triangle ACD est :
P = AE + ED + AD

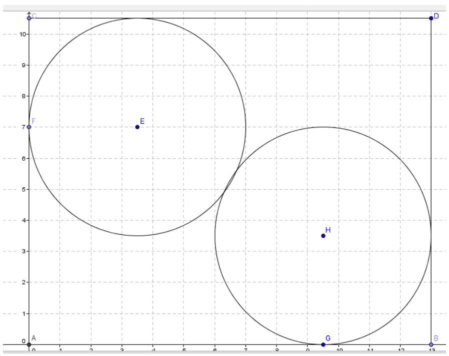
Or ED = 2AB et AD = AE = $AB\sqrt{2}$

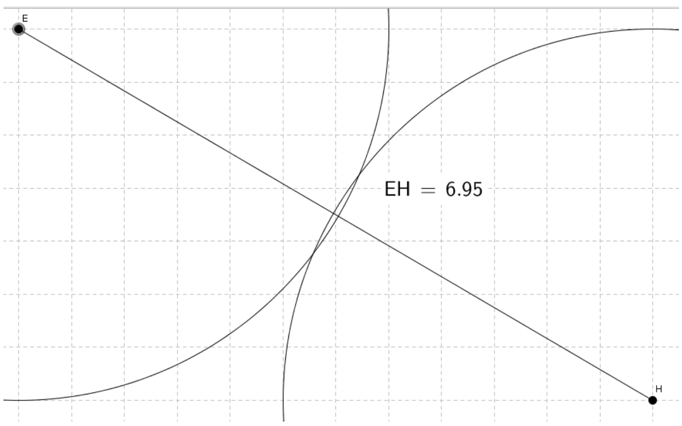
$$P = 2R\left(3+\sqrt{2}\right)+2R\left(3+\sqrt{2}\right)\sqrt{2} = \left(10+8\sqrt{2}\right)R$$

R =6 D'où $P = 60 + 48\sqrt{2} \approx 128$.

La clôture mesure environ 128 m.

Exercice 13 : *Disques qualifiés* – 10 points – 2^nde^ *Pro*





La distance entre les deux centres est de 6,95 cm, il manque 0,05cm pour placer les deux disques.
On attend une vérification graphique avec un placement correct des deux centres des cercles de rayon 3,5 cm.