Éléments de solutions pour un corrigé de l'épreuve du 8 février 2018

Exercice 1 –*Rame sec*- 7 points -

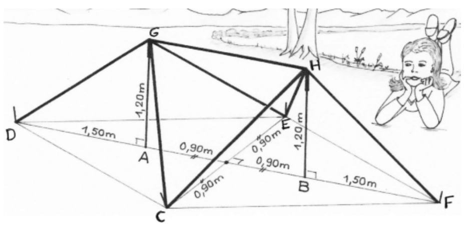
La solution la plus judicieuse est :
- Aline et Pierre font un aller en 2 min ;
- Pierre (ou Aline) fait un retour en 2 min ;
- les trois maladroits (Hélène, Zoé et Jules) traversent en 8 min ;
- Aline (ou Pierre) revient en 2 min ;
- et Pierre et Aline reviennent en 2 min.

Il faudra au minimum 16 min pour que tous les amis aient traversé la rivière.

Exercice 2–*En chantier*-5 points -

Au centre : 1 cube rouge de 5 g.
Autour du cube rouge : 26 (à savoir 27 – 1) cubes bleus de 8 g soit en masse 208 g.
Autour de la création précédente, il y a 98 (125 – 27) cubes jaunes de 12 g soit 1 176 g.
Au total 5 + 208 + 1 176 = 1 389 g. **La masse de la construction réalisée est de 1 389 g**.

Exercice 3–*Bivouac*-7 points -



Pour la solution, on utilise essentiellement le théorème de Pythagore, les mesures sont en cm :

[BC] hypoténuse du triangle CMB, BC = $\sqrt{90^2+90^2} = \sqrt{16\,200}$

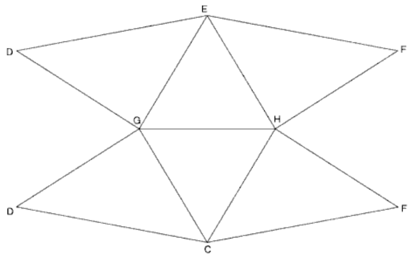
[HC] hypoténuse du triangle HBC, HC = $\sqrt{120^2+16\,200} = \sqrt{30\,600}$ et

HC = CG = GE = HE.

[HF] hypoténuse du triangle HBF, HF = $\sqrt{90^2+150^2} = \sqrt{36\,900} \approx 192{,}1$ et HF = DG.

[CF], hypoténuse du triangle CMF, CF = $\sqrt{90^2+(90+150)^2} = \sqrt{65\,700} \approx 256{,}3$, CF = DC = DE = EF.

Voici un patron (non à l'échelle) :



En réalité sur le patron GH = 6 cm ;
HC = CG = GE = HE ≈ 5,8 cm ; HF = DG ≈ 6,4 cm
CF = DC = DE = EF ≈ 8,5 cm

Exercice 4– *Nursery*-5 points -

La difficulté de l'exercice est de trouver par où commencer.
Par exemple :
Dans la première colonne, les trois lampes ne peuvent occuper que 4 places et non sept, on avance plus sûrement. Selon les choix de la première colonne, le seul chauffage de la 2e colonne n'a plus que deux positions possibles, et les trois chauffages de la troisième colonne forcent à mettre correctement les chauffages des deux premières colonnes.

	3	1	3	1	2	2	1	2
3		↓	P	←		→	P	
1		P				P	P	←
2			→	P		↑		
1	→	P			P			
3			→	P	↑			↓
1	↓		P					P
1	P		↑				P	
3	→	P		P	←		↑	

Exercice 5– *Petit'somme*-7 points -

Un petit raisonnement de départ :
Moins un nombre a de chiffres, plus il est petit, même si ses chiffres sont grands. Il faut donc chercher des nombres qui se terminent par un certain nombre de 9, précédés du chiffre dont la valeur manque pour arriver au total à atteindre.

Pour 12 (12= 9+3), **on trouve 39**.
Pour 38 (38 = 9×4+2), **on trouve 29 999.**
Pour 2018 (2018 = 224×9 + 2), **on trouve 2 suivi de 224 fois le 9.**

Mathématiques SANS Frontières

Exercice 6– *Rideaux !*-5 points –

Voici une solution :

1, 2, 3, 4 et 5 sont visibles sur le dessin.
Pour les autres combinaisons on trouve aisément :
6 = 1 + 5 ; 7 = 4 + 3 ; 8 = 2 + 1 + 5 ; 9 = 5 + 4 et 10 = 1 + 5 + 4.

Exercice 7– *Opération hectogone*-7 points -

Le cumul des angles des rotations doit faire 360°, donc on tournera de 3,6° à chaque sommet.
Comme l'hectogone sera assimilé à un cercle, son périmètre fera à peu près 62,8 cm ($2\pi\times10\approx62{,}8$ cm) ; on fera pour le parcourir 100 pas de 6,28mm.
D'où la commande pour notre robot :
Répéter 100 fois [Avancer de 6,28mm, puis tourner à gauche de 3,6°]
On obtiendra ainsi un hectogone dont les sommets sont à peu près disposés sur un cercle de rayon 10 cm.

Exercice 8– *Au cœur de l'effort*-5 points -

On complète le tableau avec fcr puis E. On calcule E/fcr qu'on compare à 0,6 ; 0,7 et 0,8 ...

Nom	Fréq. repos	Fréq. max	fcr	Fréq. Mes.	E=f.mes. –f.rep.	E/fcr	Type d'effort
Marc	60	180	120	108	48	0,4	Echauff. récup.
Luc	65	175	110	155	90	0,81	Anaérobie
Matthieu	70	170	100	135	65	0,65	End. fond.
Jean	80	162	82	142	62	0,76	End. active

D'où le résultat :
L'effort de Luc est du type *anaérobie* ; l'effort de Matthieu est du type *endurance fondamentale* et l'effort de Jean est du type *endurance active.*

Exercice 9– *Coup de pompe*-7 points -

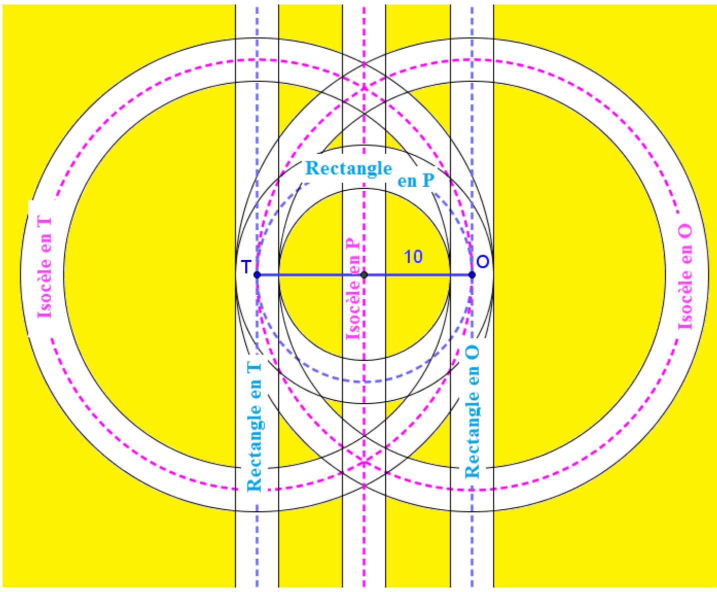
La mise en équation de la situation semble assez facile et judicieuse :
Avec un nombre de litres **L**, la situation se traduit par : 1,032 **L** – **L** = 1.
Ce qui donne une valeur de **L** égale à 1 / 0,032 soit 31,25 litres.
D'où l'affichage de la pompe :

0	3	2	,	2	5	€
0	3	1	,	2	5	L
1,032 €/L						

Avec les troncatures ou arrondis (tout à fait nécessaires), ce n'est pas **une** solution mais tout un ensemble ... bien complexe (suivant la manière dont est effectuée l'affichage).
Avec l'optique « troncature à 10^{-2} », on a au moins comme solution pour le volume l'intervalle [31,25 ; 31,56]. En effet : $1{,}032\times31{,}25-31{,}25=1{,}0000$ et $1{,}032\times31{,}56-31{,}56=1{,}00992$

Mathématiques SANS Frontières

Exercice 10– *Quelconque ?*-10 points -



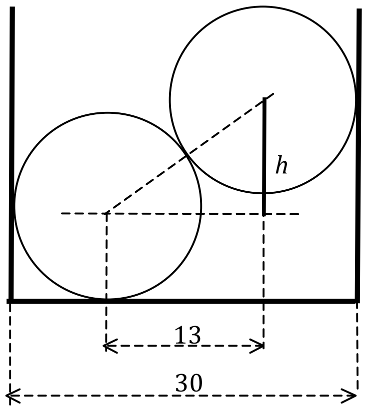
L'ensemble des points P tels que TOP est isocèle en P est la médiatrice de [TO].
L'ensemble des points P tels que TOP est isocèle en T est le cercle de centre T et de rayon [TO].
L'ensemble des points P tels que le triangle TOP est rectangle en P est le cercle de diamètre [TO].
Etc.
Puis on repère l'ensemble des points qui sont à une distance inférieure de 1 cm de ces lieux ... et on colorie ce qui est demandé !

Exercice 11– *Équerre d'heure*-5 points -

Une explication parmi d'autres :
Entre midi et minuit, la grande aiguille fait 12 tours complets et la petite en fait un aussi.
Un observateur assis sur la petite aiguille qui ne s'occuperait pas du cadran verrait la grande aiguille faire 11 tours complets par rapport à la petite et au cours de ce mouvement former 11 fois un angle orienté de 90° et 11 fois un angle de 270° avec la petite aiguille, soit au total 22 angles droits.

Entre midi et minuit les deux aiguilles forment 22 fois un angle droit.

Exercice 12– *Plein le coffre*-7 points -



Imaginons qu'il y ait un ballon dans le coffre. Si on ajoute un ballon, la hauteur totale augmente de h ; elle est donc de $17+h$.

$h=\sqrt{17^2-13^2}=\sqrt{120}\approx 10{,}95$ cm

Exemple : Avec 3 ballons la hauteur totale est $17+2\sqrt{120}=17+4\sqrt{30}\approx 38{,}91$ cm.
On trouve par essais ou à l'aide de la solution de l'inéquation
$17+2(n-1)\sqrt{30}\leqslant 100$ où n est le nombre de ballons.
Comme n est un nombre entier, on trouve $n = 8$.

Dans le coffre il y a de la place pour 8 ballons au maximum.

Exercice 13 pour les secondes GT– *Mars en quadrature*-10 points -

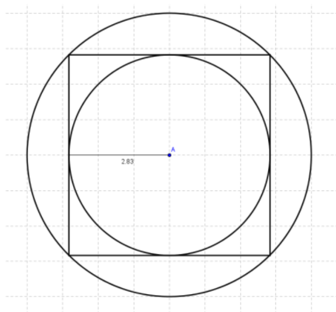
Soit α l'angle $\widehat{TST'}$ et β l'angle $\widehat{MSM'}$ (*M* et *T* positions au 14/7 ; *M'* et *T'* positions au 28/10)

$$\frac{360}{365}=\frac{\alpha}{106} \quad \text{et} \quad \frac{360}{687}=\frac{\beta}{106} \qquad\qquad \cos(\alpha-\beta)=\frac{ST'}{M'S}$$

$$M'S = MS = \frac{ST'}{\cos(\alpha-\beta)}=\frac{ST}{\cos(\alpha-\beta)}\approx 228\times 10^6$$

Une distance approchée de la distance de Mars au Soleil est 228 000 000 km.

Exercice 13pour les secondes Pro – *Boule de pétanque*-10 points –



Le côté du carré en utilisant Pythagore
ou par mesure sur GeoGebra est égal à $4\sqrt{2}$ ≈5,66 cm.
De même la mesure du rayon à usiner est égal à $2\sqrt{2}$ ≈2,83 cm.