

Éléments de solutions pour un corrigé de l'épreuve de découverte de décembre 2018

Exercice 1 – Chapeau l'artiste – 7 points -

Si Thomas porte un chapeau vert, il y a deux possibilités :

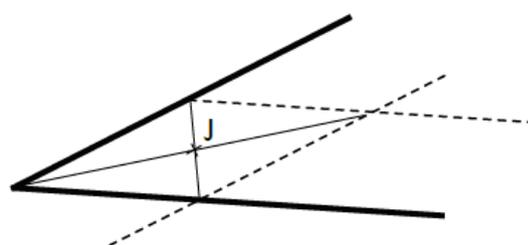
- L'un de ses collègues porte aussi un chapeau vert.
Dans ce cas-là, le troisième clown, voyant deux chapeaux verts, aurait compris qu'il porte un chapeau rouge et aurait répondu « oui ».
- Ses deux collègues portent des chapeaux rouges. Dans ce cas-là, Michel aurait compris qu'il porte un chapeau rouge et aurait répondu « oui » ; car s'il portait un chapeau vert comme Thomas, Anatole aurait répondu « oui ».

Les deux cas sont donc impossibles, et Thomas sait qu'il porte un chapeau rouge.

Thomas a un chapeau rouge, il n'a pas besoin de voir la couleur des chapeaux pour répondre OUI.

Exercice 2 – Par Jupiter – 5 points -

J étant au milieu des emplacements des deux cachettes, ce sera le centre de symétrie d'un parallélogramme. Il suffit alors de construire l'image des deux allées par une symétrie de centre J de ce parallélogramme. Les extrémités de la petite diagonale (voir figure) sont les positions des cachettes recherchées.



Exercice 3 – Ça roule Raoul – 7 points -

- ✓ Dans le premier cas, le petit disque n'aura fait que 1 tour dans le grand cercle, en tournant 4 fois sur lui-même, d'où 4 contacts du stylo : $32 = 8 \times 4$
- ✓ Dans le deuxième cas, quand le petit disque aura fait 1 tour dans le grand cercle, il aura tourné 4,5 fois sur lui-même et son stylo qui aura déjà eu 4 contacts sera à l'opposé de sa position de départ. Un deuxième tour dans le grand cercle lui permettra de retrouver sa position initiale, il aura eu 9 contacts en 2 tours.
Ce qui pourra se traduire par le calcul : $36 \times 1 = 8 \times 4 + 4$ $36 \times 2 = 8 \times 9$
- ✓ Dans la situation demandée : $30 \times 1 = 9 \times 3 + 3$ $30 \times 2 = 9 \times 6 + 6$ $30 \times 3 = 9 \times 10$
**Si Raoul utilise un cercle de 30 cm et un disque de 9 cm,
il y aura 10 points de contact en 3 tours..**

Remarque : Si on divise par 2π les longueurs parcourues, il reste à trouver le premier multiple commun aux deux rayons.

Exercice 4 – Bon appart – 5 points -

Soit n le nombre d'appartements par niveau.

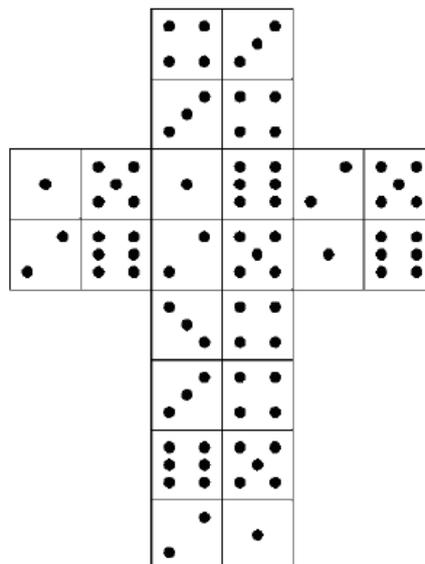
Au premier niveau on va de 1 à n ; au deuxième, de $n+1$ à $2n$; au troisième, de $2n+1$ à $3n$ etc.

Au cinquième niveau on va de $4n+1$ à $5n$ donc : $4n < 65 < 5n+1$, d'où $12,8 < n < 16,25$.

Le nombre d'appartements par niveau peut être 13, 14, 15 ou 16.

Exercice 5 – Patron l'addition – 7 points -

L'unique patron complet sera :



Exercice 6 – Trous bien vus – 5 points -

La somme 6 de la première colonne impose dans celle-ci 1 ; 2 et 3.

Le total 27 de la deuxième ligne fixe la position du 3 et impose le contenu complémentaire 7 ; 8 et 9.

De même, le total de la deuxième colonne impose son contenu 7 ; 8 et 9 et la somme de la première ligne fixe la position du 7.

Par essais successifs, il n'y a que deux solutions possibles.

2	7	1	3	13
3	9	7	8	27
1	8	3	9	
6	24	11	20	

2	7	1	3	13
3	8	7	9	27
1	9	3	8	
6	24	11	20	

Exercice 7 – Prends de la hauteur – 7 points -

Les triangles d'aires 10 et 15 ont une base commune, mais pas la même hauteur correspondante. La hauteur de la partie inférieure du quadrilatère est donc 1,5 fois plus grande que celle de la partie supérieure, et ceci est aussi vrai pour les deux triangles de droite. Ce qui fait que le triangle blanc a une aire de $4 \times 1,5 = 6 \text{ cm}^2$.

L'aire totale du quadrilatère est de 35 cm².

Exercice 8 – Range-tout – 5 points -

Soit l la largeur d'une planchette, L sa longueur et e son épaisseur :

$$l = 2e \quad L = 5e \quad \text{et le volume de la planchette est } v = eLl = 10e^3$$

Soit V le volume de la boîte, on a : $V = 480e^3 = 8 \times 16 \times 30$

D'où $e^3 = 8$ et par conséquent $e = 2$.

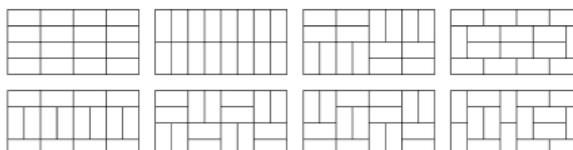
Les dimensions d'une planchette sont : épaisseur 2 cm, largeur 4 cm et longueur 10 cm.

Il y a une quantité de manières de disposer ces planchettes dans la boîte.

Si on suppose que la hauteur de la boîte est 30 cm, on pense tout de suite à mettre 3 paquets de planchettes en hauteur pour faire les 30 cm.

Chaque paquet devra donc contenir 16 planchettes, et ici on n'a que l'embaras du choix.

Voici quelques vues du dessus du rangement dans la boîte.



Exercice 9 – Près d'Émile – 7 points -

Le périmètre étant donné par la somme des deux longueurs et des deux largeurs, les pièces des quatre coins seront comptées deux fois. Ce périmètre est donc de 128, la largeur et la longueur totalisant 64, avec de nombreuses possibilités :

le puzzle carré de 32 pièces sur 32 qui totalise 1024 pièces, puis les puzzles rectangulaires :

33 x 31 = 1023 pièces 34 x 30 = 1020 pièces 35 x 29 = 1015 pièces
 36 x 28 = 1008 pièces 37 x 27 = 999 pièces 38 x 26 = 988 pièces
 39 x 25 = 975 pièces etc.

Le nombre exact de pièces du puzzle d'Émile est 999.

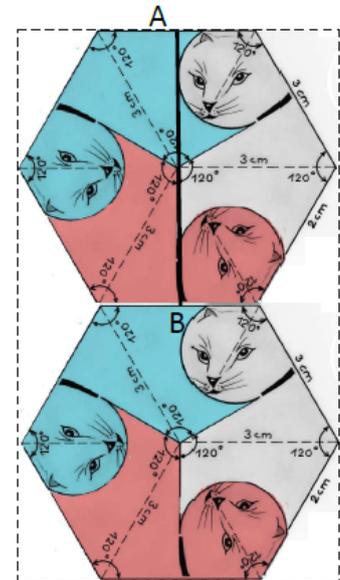
Exercice 10 – Chat pave – 10 points -

L'épaisseur des pièces (5 mm) et la hauteur de la boîte (5 cm) laissent imaginer qu'il faudra mettre 10 pièces sur chaque couche. Et on constate qu'elles s'assemblent trois par trois pour former un hexagone régulier (donc ces pièces permettent de paver le plan). Il faudra mettre 6 pièces à plat, soit deux hexagones côte à côte. La hauteur [AB] d'un hexagone a pour mesure : $AB = 3\sqrt{3}$

(calcul de la hauteur d'un triangle équilatéral)

La longueur de la boîte va mesurer : $2AB = 6\sqrt{3} \approx 10,4$ cm

Longueur minimale de la boîte 10,4 cm



Exercice 11 – À un poil près – 5 points -

L'hypoténuse du triangle de droite mesure : $\sqrt{25^2 + 20^2} = \sqrt{1025}$

		+1	
x	32	33	
x^2	1024	1089	
		+65	

On assimile la parabole entre les abscisses 32 et 33 à une droite. Si on suppose que les accroissements de x et de x^2 sont proportionnels, x^2 augmente de 1024 à 1025 quand x augmente de 32 à $32\frac{1}{65}$

Comme $\sqrt{1024} = 32$, on a $\sqrt{1025} \approx 32\frac{1}{65}$

Épreuve de découverte 2019 (décembre 2018)

Productions attendues et suggestions pour le barème

Document établi à l'attention des traducteurs et des correcteurs de l'épreuve

Les barèmes proposés sont purement indicatifs. Ils pourront évidemment être modifiés localement en fonction des priorités pédagogiques et de la teneur des programmes de mathématiques dans tel ou tel pays. Ils pourront également être adaptés au vu des productions des élèves qui sont parfois surprenantes et inattendues...

L'équipe de conception des sujets
de Mathématiques sans Frontières

Pour tout exercice :

- ✓ on attribuera 0 point lorsqu'une feuille-réponse a été rendue mais que celle-ci ne contient que des éléments totalement faux montrant que l'exercice n'a pas été compris. On s'efforcera toutefois autant que possible de valoriser toute trace de recherche pertinente ;
- ✓ on notera NT lorsqu'un exercice n'a pas été traité (feuille blanche ou non rendue).

Exercice 1 : Chapeau l'artiste ! – 7 points

Objectifs et compétences : Logique, constater que chaque réponse d'un clown est porteuse d'informations.
Raisonnement – Communiquer.

Barème proposé : Qualité de la rédaction en langue : **3 points**.
Réponse, raisonnement, explication : **4 points** dont **2 points** pour tout raisonnement faisant mention, directement ou indirectement, à la propriété « si un clown voit deux chapeaux verts, il va répondre Oui » et **1 point** pour la couleur du chapeau.

Exercice 2 : Par Jupiter – 5 points

Objectifs et compétences : Propriétés du parallélogramme. Précision et soin du tracé.
Modéliser.

Barème proposé : **3 pts** pour une construction géométrique correcte ; **1 pt seulement** si tracé par tâtonnement ; **2 pts** pour les explications.

Exercice 3 : Ça roule Raoul – 7 points

Objectifs et compétences : Périmètre du cercle, divisibilité, proportionnalité.
Calculer – Représenter.

Barème proposé : **4 pts** pour les calculs (rapport des périmètres ou rapport des rayons ou diviseurs) ;
3 pts pour l'explication. **2 pts** pour toute trace de recherche cohérente.

Exercice 4 : Bon appart – 5 points

Objectifs et compétences : Division euclidienne.
Chercher – Représenter.

Barème proposé : **2 pts** une solution ; **1 pt** pour chaque solution suivante.

Exercice 5 : Patron, l'addition – 7 points

Objectifs et compétences : Vision dans l'espace, organisation de données.
Modéliser.

Barème proposé : Tout ou rien. Ne pas pénaliser ni l'orientation du « 2 » ni celle du « 6 ».

Exercice 6 : Trous bien vus – 5 points

Objectifs et compétences : Organisation de données.
Chercher – Calculer.

Barème proposé : **1 pt** pour la 1^{re} colonne même dans le désordre ; **1 pt** pour la 2^e colonne même dans le désordre. **5 pts** si la grille est correcte.