

Mathématiques Sans Frontières

Épreuve de découverte édition 2020



- ✓ Rendre une seule feuille-réponse par exercice.
- ✓ Toute trace de recherche sera prise en compte.
- ✓ Le soin, la qualité de la rédaction et la précision des raisonnements seront pris en compte.

**Exercice 1
7 points**

Bike and Run

Solution à rédiger en allemand, anglais, espagnol ou italien en un minimum de 30 mots.

Chloé e Lucille partecipano in coppia alla loro prima corsa "Bike and Run" lunga 27 km. Si tratta di una competizione sportiva nella quale un partecipante corre mentre il compagno pedala in bicicletta. Ogni coppia può usare una sola bicicletta.

Ogni volta che una delle due concorrenti scende dalla bicicletta, la lascia sul bordo della strada e prosegue a piedi. Quando la sua compagna arriva a piedi, la recupera e prosegue pedalando.

Chloé corre a 8 km/h e pedala a 20 km/h mentre Lucille corre a 10 km/h e pedala a 16 km/h.

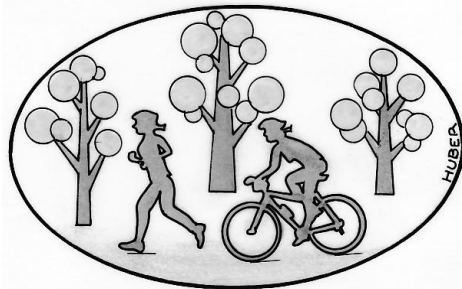
Spiegate come la coppia si deve organizzare per arrivare insieme al traguardo. Quanto dura la corsa?

Chloé y Lucille quieren participar en su primer « Bike and Run » de 27 km. Se trata de una competición deportiva en la que una persona corre mientras la otra pedalea. Se utiliza una única bici para las dos participantes que se relevan. Cada vez que una de las chicas se baja de la bici, la deja en el borde del recorrido y sigue la carrera a pie. Cuando su compañera llega a pie, coge la bici y comienza a pedalear.

Chloé corre a 8 km/h y pedalea a 20 km/h. Lucille corre a 10 km/h y pedalea a 16 km/h.

¿Cómo pueden organizarse las dos chicas para llegar juntas a la meta?

¿Cuánto tiempo durará la carrera?



Chloe and Lucille want to take part in their first "Bike and Run" event that covers a route of 27 km. This is a sports event in which one person runs while the other rides a bicycle. Both contestants use the same bicycle, taking turns as needed.

Each time one of the girls dismounts, she leaves the bicycle at the side of the road and continues on foot. When her teammate arrives on foot, she mounts the bike and continues cycling.

Chloe runs at a speed of 8 km/h and cycles at 20 km/h, while Lucille runs at 10 km/h and cycles at 16 km/h.

How can the girls plan so that they cross the finish line at the same time? How long does it take them to complete their route?

Chloé und Lucille wollen an ihrem ersten *Bike and Run* teilnehmen. Beim *Bike and Run* absolvieren beide Mitglieder eines Teams dieselbe Strecke mit nur einem Fahrrad, das abwechselnd benutzt werden darf. Eine Person im Team fährt

also Fahrrad, während die andere läuft. Wenn sie vom Rad steigt, lässt sie es am Wegrand für die andere Person stehen und setzt das Rennen zu Fuß fort. Wenn die Teamkollegin das Fahrrad zu Fuß erreicht hat, steigt sie auf und setzt das Rennen auf dem Rad fort. Es darf beliebig oft gewechselt werden. Chloé läuft 8 km pro Stunde. Mit dem Rad fährt sie 20 km pro Stunde. Lucille läuft 10 km pro Stunde. Mit dem Rad fährt sie 16 km pro Stunde. Die Wettkampfstrecke ist 27 km lang.

Wie müssen sich die beiden Mädchen das Rennen einteilen, um zusammen die Ziellinie zu überqueren? In welcher Zeit absolvieren sie die 27 km?

**Exercice 2
5 points**

Demandez le programme

On dispose d'un robot qui se programme uniquement avec les quatre instructions suivantes :

Avancer (le robot avance devant lui d'une ou plusieurs cases)

Tourner à droite (il tourne de 90° sur sa droite)

Tourner à gauche (il tourne de 90° sur sa gauche)

Répéter ... fois [...] (il répète ... fois les instructions entre crochets)

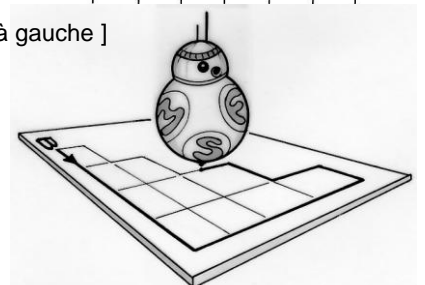
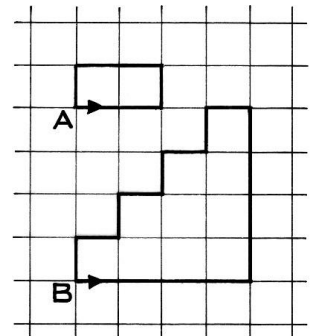
La longueur d'un programme se mesure en comptant le nombre de verbes écrits en gras.

Dans l'exemple, le robot est orienté vers la droite de la feuille au point A.

Voici le programme qui réalise cet exemple avec le moins de verbes possibles :

Répéter 2 fois [Avancer de 2 cases ; Tourner à gauche ; Avancer de 1 case ; Tourner à gauche]

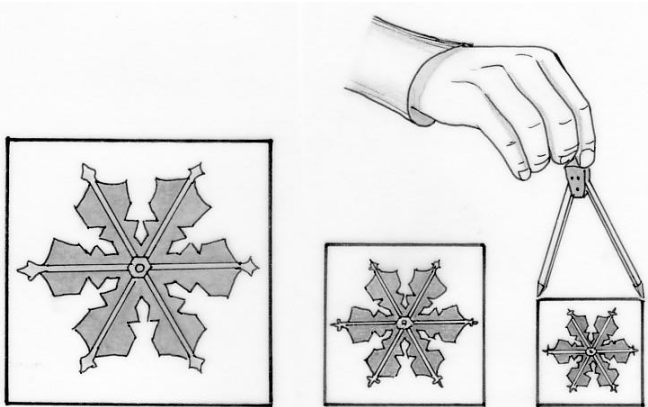
Ecrire le programme qui utilise le moins de verbes possibles pour réaliser la figure quand B est orienté vers la droite.



Exercice 3
7 points

Somme aire

Soient les trois carrés suivants :

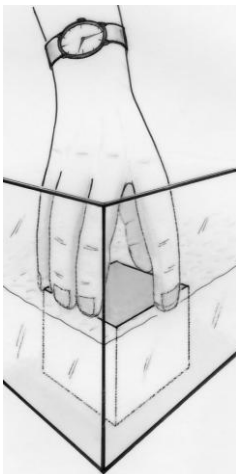


Construire, sans mesurer les côtés des carrés, un carré de même aire que la somme des aires des trois carrés proposés.

(Les reports de longueurs sont autorisés, la reproduction du flocon à l'intérieur du carré n'est pas demandée)

Exercice 5
7 points

Le fluide affleure



Un aquarium en forme de pavé droit contient de l'eau.

Les dimensions intérieures de la base, mesurées en centimètres, sont des nombres entiers.

Jeannette pose au fond de l'aquarium un cube d'arête 10 centimètres.

Le niveau de l'eau est alors exactement égal à la hauteur du cube.

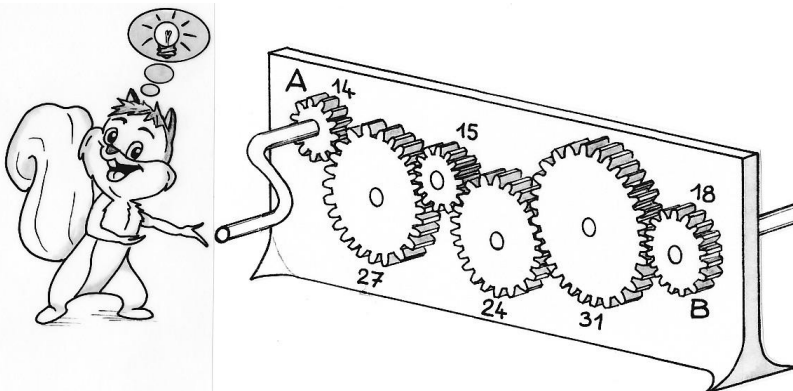
Elle remplace ce cube par un cube d'arête 20 centimètres.

De nouveau, le niveau de l'eau est égal à la hauteur de ce cube.

Donner les dimensions de la base de l'aquarium et le volume d'eau. Expliquer.

Exercice 6
5 points

D'entiers



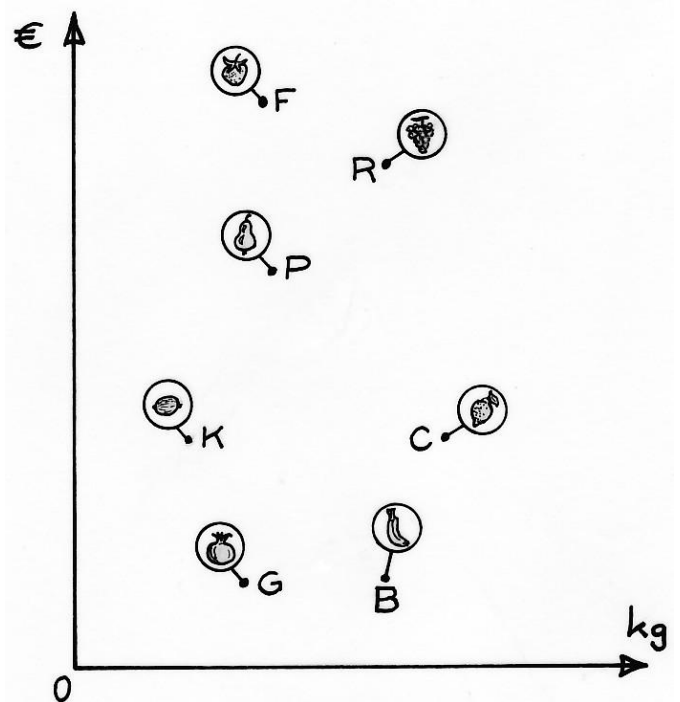
Exercice 4
5 points

Garder la ligne

Un commerçant vend différentes sortes de fruits. Il a rempli sept sachets, chacun contenant une seule sorte de fruits et a fixé son prix pour chaque sachet. Au lieu de mettre une étiquette, il a fait un graphique où chaque point représente un sachet. Il a porté en abscisse la masse du sachet en kilogrammes et en ordonnée son prix en euros.

À l'aide de ce graphique, trouver deux sachets de fruits ayant le même prix par kilogramme.

Puis classer ces sept sachets par ordre croissant de prix par kilogramme. Expliquer.



Dans le dispositif présenté sur la figure, les nombres inscrits à côté des roues dentées indiquent le nombre de dents de la roue correspondante.

Est-ce que les roues A et B tournent dans le même sens ?

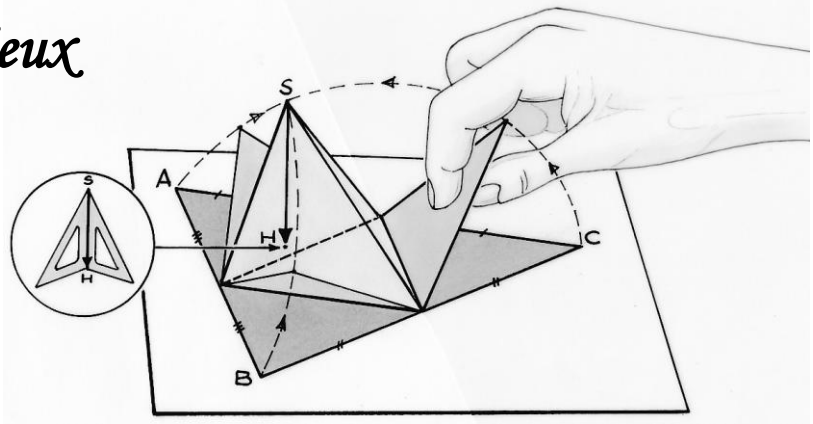
Quel est le nombre minimum de tours que doit faire la roue A pour que les roues A et B effectuent chacune un nombre entier non nul de tours ?

Combien de tours effectue alors la roue B ? Justifier.

Exercice 7
7 points

Tétraèdre des milieux

Un simple triangle ABC permet de construire facilement un tétraèdre, pourvu que ses trois angles soient aigus. Il suffit de tracer les droites joignant les milieux de ses côtés, puis de faire pivoter trois triangles autour de ces droites pour rassembler leurs pointes en un sommet S. On obtient un tétraèdre dit équi-facial parce que ses quatre faces sont superposables. On s'intéresse alors au pied H de la hauteur du tétraèdre issue de S. En relevant les faces latérales, on comprend qu'il se trouvera nécessairement à l'intérieur du triangle ABC initial.

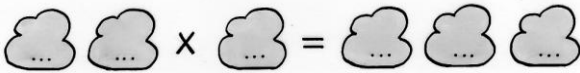
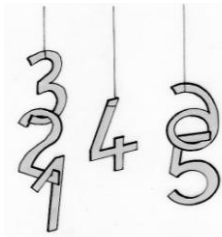


Construire le point H, pied de la hauteur du tétraèdre dans le triangle ABC initial.

Exercice 8
5 points

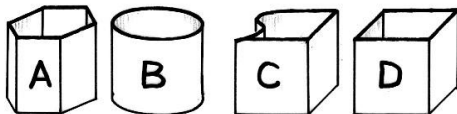
Six chiffres

Compléter avec tous les chiffres de 1 à 6 pour que l'opération soit exacte.



Exercice 10
10 points

Ça balance



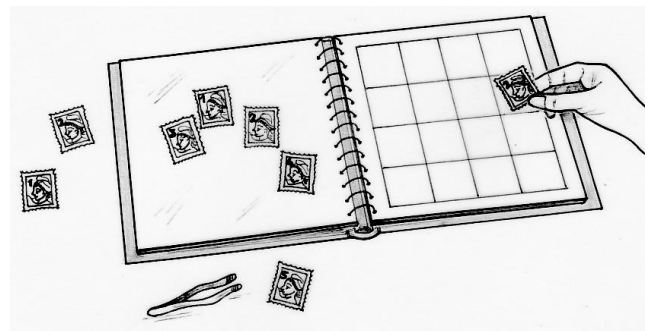
On dispose de quatre récipients A, B, C et D. On a posé certains de ces récipients, vides ou complètement remplis d'eau, sur une balance. Le tableau montre le résultat de ces pesées. Sur les dessins, à gauche, les récipients sont vides ; à droite, ils sont pleins.

À l'aide de ces indications, classez ces récipients des deux manières suivantes :

- du plus léger au plus lourd lorsqu'ils sont vides ;
- dans l'ordre croissant du volume qu'ils peuvent contenir.

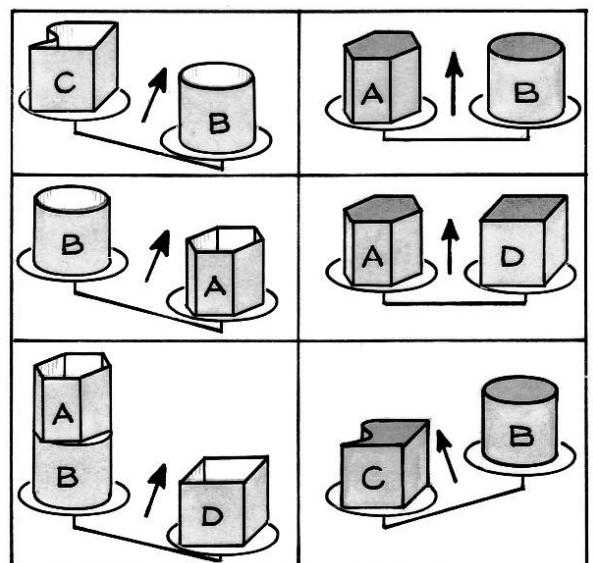
Exercice 9
7 points

Exercice timbré

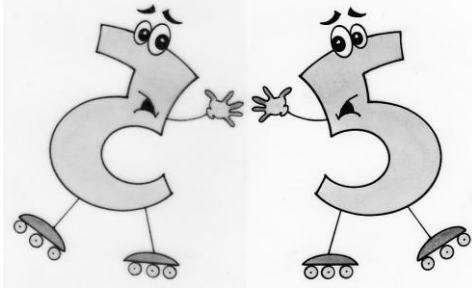


Dans sa collection de timbres, Gérard possède des timbres de valeurs 1 €, 2 €, 3 €, 4 € ou 5 €. Avec seize de ces timbres, il peut remplir toutes les cases d'une grille de 4 sur 4 de sorte qu'aucune ligne, aucune colonne, aucune diagonale ou parallèle aux diagonales ne comporte deux timbres de même valeur.

Donner une disposition possible des seize timbres sur la grille.



SPECIAL SECONDE



Exercice 11
5 points

Paire de pentaèdres

Un pentaèdre est un polyèdre qui a cinq faces.

Dessiner en perspective cavalière sur la feuille-réponse deux pentaèdres qui n'ont pas le même nombre d'arêtes.

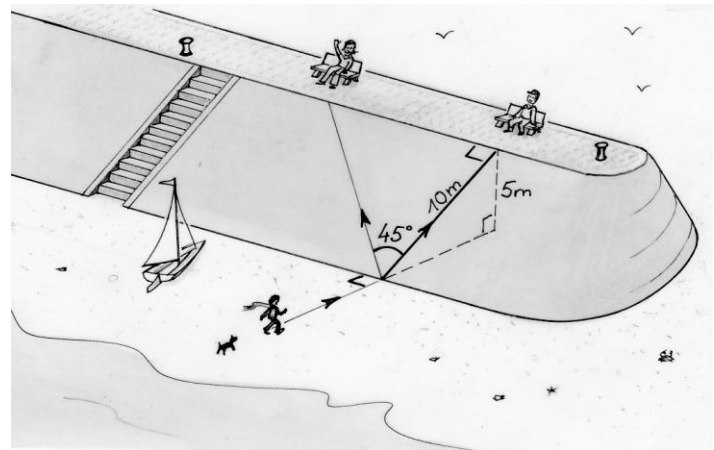
Exercice 12
7 points

La digue de Malo

Lily qui vient de la plage veut monter sur la digue de Malo-les-Bains. Cette digue mesure 5 m de haut. Le chemin le plus court et donc le plus raide mesure 10 m ; l'inclinaison de ce chemin est de 5 pour 10 soit 50 %.

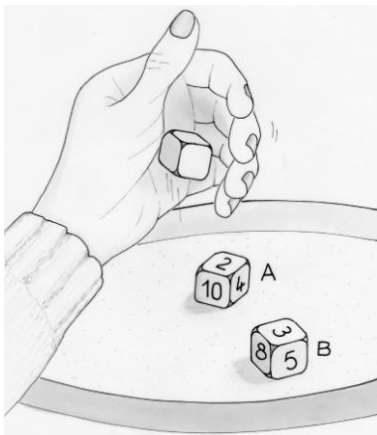
Fatiguée, elle décide de monter en ligne droite mais en s'écartant de 45° par rapport au chemin le plus court.

Calculer en pourcentage l'inclinaison de ce nouveau chemin. De quel angle Lily aurait-elle dû s'écarter pour que l'inclinaison soit de 25 % ? Justifier.



Exercice 13 pour les secondes GT
10 points

Défi de dés



Par un après-midi pluvieux, Anatole et Barnabé se sont amusés à fabriquer des dés un peu particuliers : les nombres sur les faces opposées sont égaux. Anatole a fabriqué le dé A avec les nombres 2, 4, 10 et Barnabé le dé B avec les nombres 3, 5, 8.

Ils lancent leurs dés simultanément. Chaque face a la même probabilité d'apparaître.

Un joueur gagne lorsque le nombre obtenu sur la face supérieure de son dé est strictement supérieur au nombre obtenu par son adversaire.

Quelle est la probabilité pour qu'Anatole gagne ? Expliquer.

Arrive leur sœur Chloé qui leur lance le défi suivant : "Construisez-moi un dé du même type avec trois autres nombres tel que si je joue contre Anatole j'ai moins de 50 % de chance de gagner et si je joue contre Barnabé j'ai plus de 50 % de chance de gagner."

Donner un exemple de dé relevant ce défi.

Exercice 13 pour les secondes Pro
10 points

Géométrie sous verre

Sur la table du restaurant sont posés trois sous-verres en forme de disques de 10 cm de diamètre.

En jouant avec ces trois disques, je les dispose de sorte que leurs centres sont les sommets d'un triangle équilatéral.

Je les rapproche jusqu'à ce que la zone grise du dessin ci-contre disparaisse.

Les trois centres sont encore placés aux sommets d'un triangle équilatéral.

Donner la valeur du côté de ce triangle équilatéral au moment où la zone grise disparaît.

On pourra utiliser un logiciel de géométrie dynamique pour répondre à la question.

