

# Mathématiques Sans Frontières



## Épreuve définitive édition 2020

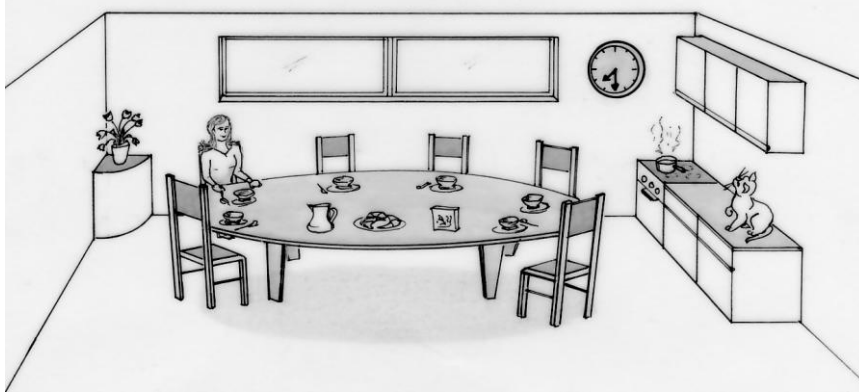
- ✓ Rendre une seule feuille-réponse par exercice.
- ✓ Toute trace de recherche sera prise en compte.
- ✓ Le soin, la qualité de la rédaction et la précision des raisonnements seront pris en compte.

### Exercice 1 7 points

### À qui le tour ?

Solution à rédiger en allemand, anglais, espagnol ou italien en un minimum de 30 mots.

La signora e il signor Propre abitano con i loro quattro figli in un grande appartamento con due bagni. Sono soliti fare colazione in famiglia e ciò complica l'uso dei bagni. La signora Propre occupa un bagno 21 minuti e il marito 15 minuti. I figli Justine, Samuel, Tristan e Nora li occupano rispettivamente 14, 8, 13 e 7 minuti. La famiglia Propre prevede 20 minuti per la colazione. Tutti escono alle otto del mattino.



El señor y la señora Propre viven con sus cuatro hijos en una casa grande con dos cuartos de baño. Les gusta desayunar en familia, lo que complica mucho la utilización de los cuartos de baño. La señora Propre ocupa el cuarto de baño 21 min y el señor Propre 15 min. Los hijos Justine, Samuel,

Tristan y Nora lo ocupan 14 min, 8 min, 13 min y 7 min, respectivamente.

La familia Propre desayuna, junta, en 20 min. Todos dejan la casa a las ocho de la mañana.

**Sabiendo que la familia desea dormir el mayor tiempo posible, ¿a qué hora debe ir la primera persona a un baño? Dar una posible organización.**

**Poiché la famiglia desidera organizzarsi in modo che tutti possano dormire il più a lungo possibile, a quale ora i primi due devono accedere ai bagni? Illustrate la loro organizzazione.**

Mr and Mrs Clean live with their four children in a big house with two bathrooms. They like to have breakfast with their family, which makes the use of the bathrooms very complicated. Mrs Clean uses a bathroom for 21 minutes and Mr Clean for 15 minutes. Their children Justine, Samuel, Tristan and Nora use a bathroom for 14, 8, 13 and 7 minutes respectively.

The Clean family have breakfast together for 20 minutes. Everybody leaves the house at 8am.

**Knowing that the family likes to sleep as long as possible, at what time must the first person go to a bathroom? Give a possible timetable (for the family visiting a bathroom).**

Die Familie Propper besteht aus 6 Personen – aus Herrn und Frau Propper und ihren 4 Kindern. Die Familie liebt es, morgens zusammen zu frühstücken. Vor dem Frühstück möchte natürlich jedes Familienmitglied ins Bad gehen. Im Haus der Familie Propper gibt es zwei Badezimmer. Frau Propper braucht morgens 21 Minuten im Bad, Herr Propper 15 Minuten. Die Kinder Justine, Samuel, Tristan und Nora brauchen 14, 8, 13 und 7 Minuten.

Um 8 Uhr müssen alle aus dem Haus gehen. Das gemeinsame Frühstück dauert 20 Minuten.

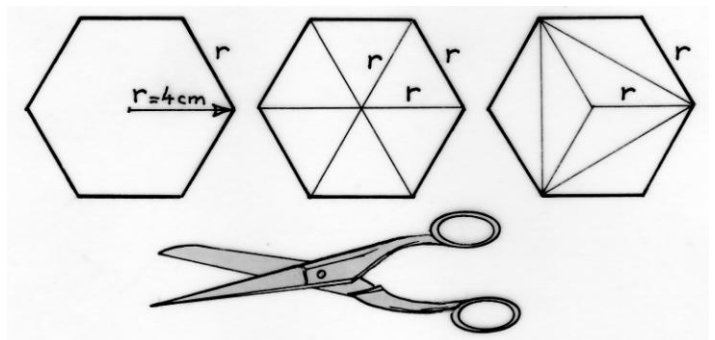
**Wann muss das erste Familienmitglied ins Bad gehen, wenn alle so lange wie möglich schlafen wollen? Wie kann die Familie die Benutzung der Bäder am besten organisieren? Gebt eine Möglichkeit an.**

### Exercice 2 5 points

### Hexaordinaire

Construire trois hexagones réguliers de côté 4 cm. Découper le premier hexagone, puis le second en 6 triangles équilatéraux et le troisième en 6 triangles isocèles, comme illustré ci-contre.

**Avec ces 13 pièces, réaliser un grand hexagone régulier et le coller sur la feuille-réponse. Calculer la mesure du côté du grand hexagone. Expliquer.**



**Exercice 3**  
**7 points**

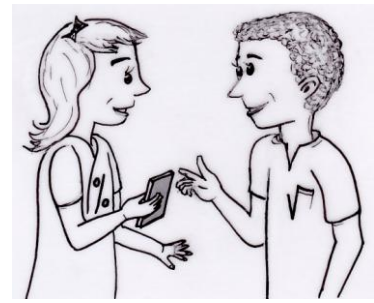
## Mentaliste

Élyne est une mentaliste, elle prétend lire dans la pensée des autres.

- Elle donne une calculatrice à Thomas et lui dit :
- choisis un nombre entier à trois chiffres, sans me le dire ;
  - multiplie-le par 21 ;
  - multiplie le résultat, comme il te plaira, par 3 ou 4 ou 5 ou 6 ;
  - divise ce résultat par 4 puis par le nombre choisi au départ ;
  - ajoute au résultat le nombre choisi au départ ;
  - lis-moi le résultat écrit sur la calculatrice.

Élyne regarde alors Thomas dans les yeux et lui annonce le nombre qu'il avait choisi.

**Expliquer comment Élyne a procédé.**



**Exercice 4**  
**5 points**

## Couru d'avance

Éloi et Martin font une course sur 100 mètres.

Lors de la première course, Éloi l'emporte avec 5 mètres d'avance sur Martin. Pour rendre la revanche plus équitable, Éloi décide de partir 5 mètres derrière la ligne de départ. Martin et Éloi conservent chacun la même vitesse que pour la première course.

**Qui remporte cette deuxième course ? Expliquer**



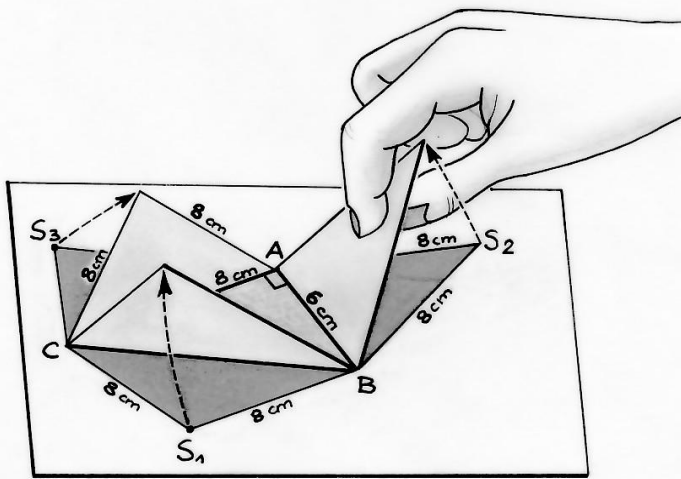
**Exercice 5**  
**7 points**

## Multi-plié

Antoine construit un tétraèdre, en respectant les données du dessin. Il souhaite calculer le volume du tétraèdre mais ne sait pas comment s'y prendre. La seule information utile qu'il ait trouvée sur Internet est la formule suivante :

$$\text{Volume d'un tétraèdre} = \frac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$$

**Construire le patron de ce tétraèdre et le coller sur la feuille-réponse. Calculer son volume arrondi à l'unité près.**

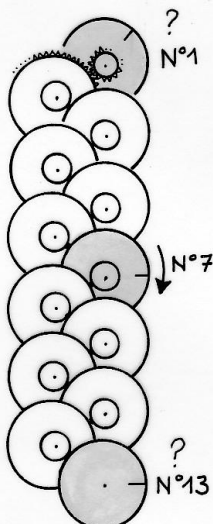
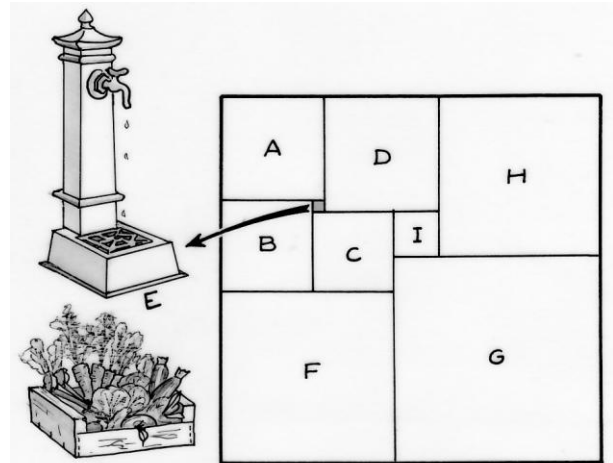


**Exercice 6**  
**5 points**

## Carrés de jardin

Le jardin partagé de Viereckheim est un îlot de verdure au cœur du quartier de « Tout En Carré », où poussent fruits et légumes cultivés entre voisins dans une ambiance conviviale. Ce jardin a été créé en disposant neuf carrés, pour des cultures différentes, selon la figure ci-contre. L'aire du carré A est égale à 81 m<sup>2</sup> et celle du carré B est égale à 64 m<sup>2</sup>.

**Le jardin composé de l'assemblage de ces neuf carrés est-il aussi un carré ? Justifier.**



**Exercice 7**  
**7 points**

## Et pourtant elle tourne !

Cette horloge se trouve dans le musée scientifique Dynamikum à Pirmasens en Allemagne. Elle est constituée de 13 roues dentées identiques. Chaque grande roue dentée est solidaire d'un pignon placé sur le même axe. Un pignon a exactement sept fois moins de dents que la grande roue. Chaque pignon entraîne la grande roue située en dessous de lui.

Donc chaque grande roue effectue sept fois moins de tours que le pignon qui l'entraîne.

La roue n°1 est celle qui entraîne toutes les autres.

La roue n°7 fait exactement un tour en 24 heures.

**Déterminer le sens de rotation de la roue n°1 et donner une valeur approchée du nombre de tours par seconde de cette roue. Expliquer.**

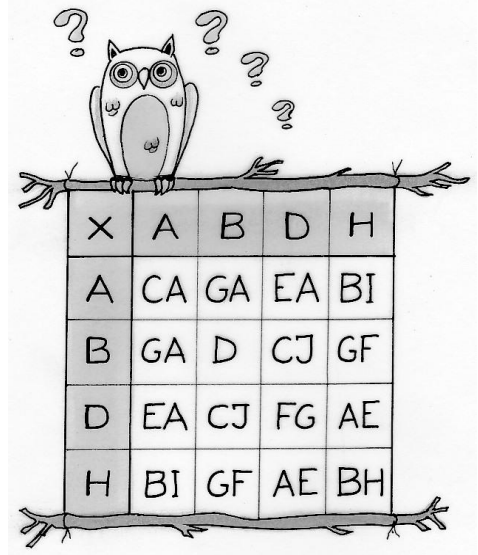
**Déterminer le sens de rotation de la roue n°13 et le nombre d'années nécessaires pour faire un tour. Expliquer.**

**Exercice 8**  
5 points

## Déchiffrer des lettres

Chaque lettre de cette table de multiplication représente un chiffre différent.

Reproduire la table de multiplication en remplaçant chacune des lettres par le chiffre correspondant.



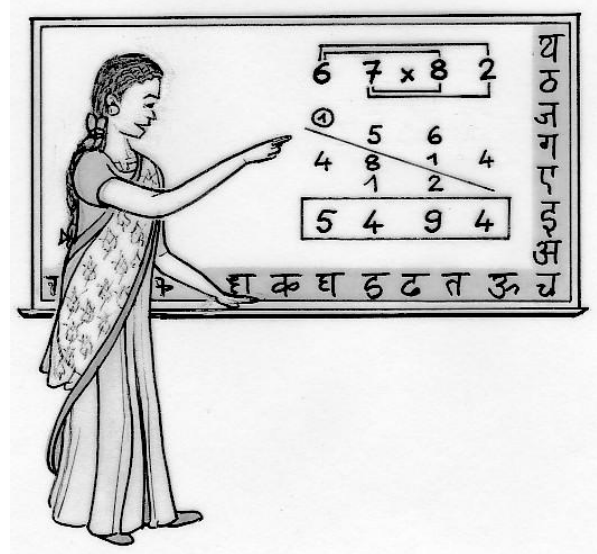
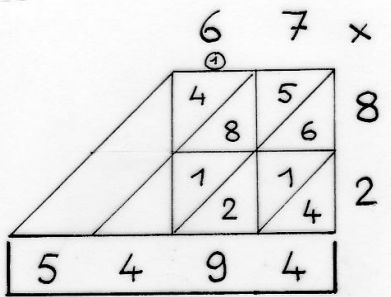
**Exercice 9**  
7 points

## Multiplications sans frontières

La multiplication "per gelosia" était très utilisée aux XIVe et XVe siècles. Le nom "per gelosia" provient des volets "à jalousies" à travers lesquels la lumière passe en diagonale et qui permettent de voir sans être vu.

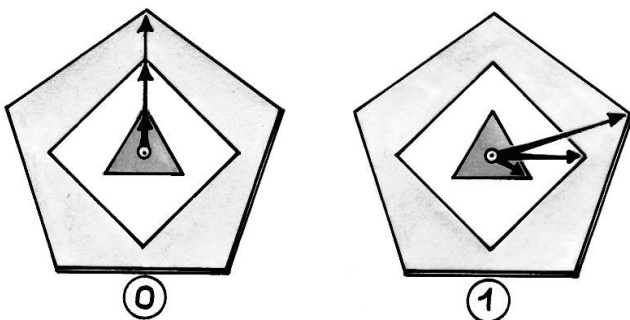
De nos jours, en Inde, on utilise une technique assez semblable. Les dessins présentent la multiplication de 67 par 82 en utilisant ces deux techniques.

Poser et effectuer la multiplication de 37 par 546 en utilisant ces deux techniques.



**Exercice 10**  
10 points

## À la bonne heure

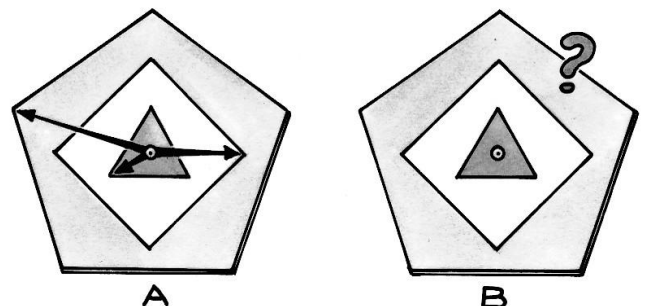


Un minuteur est constitué de trois polygones : un triangle, un carré et un pentagone. Pour chaque polygone, une aiguille pointe vers l'un de ses sommets. Dans la position initiale notée ①, les trois aiguilles sont superposées. Chaque minute, chaque aiguille passe au sommet suivant en tournant dans le sens des aiguilles d'une montre ; on se trouve alors dans la position ②.

Déterminer, à partir de la position initiale, le nombre de minutes écoulées lorsque les aiguilles se trouvent pour la première fois dans la position A.

Puis placer les trois aiguilles sur la figure B pour qu'elles correspondent à 51 minutes écoulées.

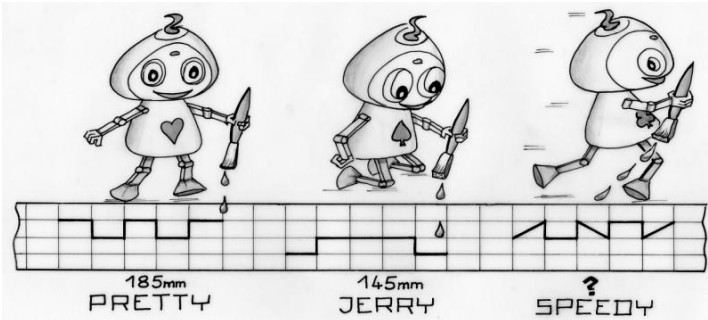
Quels polygones faudrait-il choisir pour fabriquer un minuteur à trois polygones qui retrouve sa position initiale en 105 min ?



# SPECIAL SECONDE

**Exercice 11**  
5 points

## Ay Caramba



Trois robots tracent chacun une ligne brisée sur un quadrillage rectangulaire. Leurs trajets sont schématisés sur le dessin par un trait plein. Pretty a parcouru 185 mm et Jerry 145 mm.

À l'aide du dessin, déterminer la longueur du trajet de Speedy. Justifier.

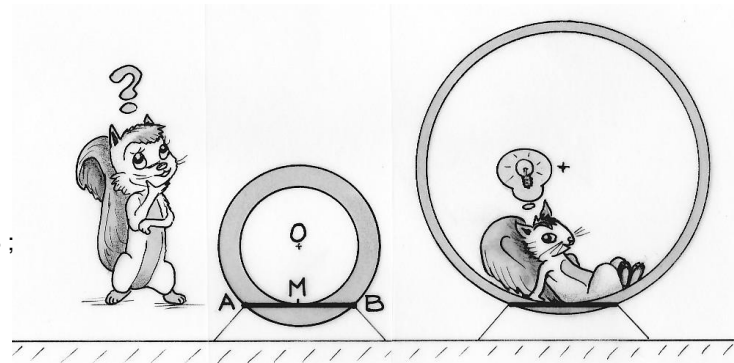
**M**athématiques  
**SANS**  
Frontières

**Exercice 12**  
7 points

## Corolle aire

Romain et Émilie ont obtenu deux figures différentes à partir du même programme de construction suivant :

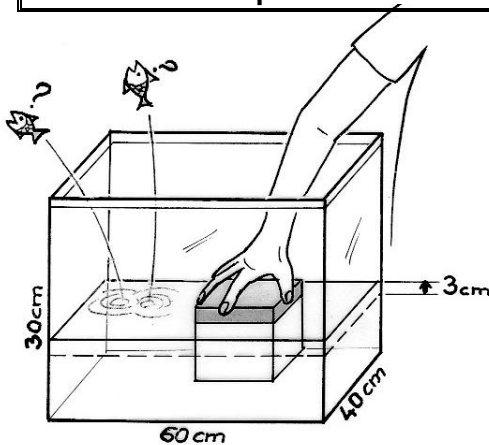
- tracer un segment  $[AB]$  de longueur 4 cm ;
- tracer un cercle de centre  $O$  passant par les points  $A$  et  $B$  ;
- placer le point  $M$  milieu de  $[AB]$  ;
- tracer le cercle de rayon  $[OM]$  ;
- colorier l'aire de la couronne circulaire ainsi obtenue.



Tracer deux figures différentes à partir de ce programme de construction. Comparer les aires coloriées. Justifier.

**Exercice 13 pour les secondes GT**  
10 points

## Play bac



Jean et Pierre souhaitent faire déborder l'eau contenue dans un bac ayant la forme d'un pavé droit dont les dimensions sont : longueur 60 cm, largeur 40 cm et hauteur 30 cm. Ils y déposent, à tour de rôle, des cubes d'arête 20 cm tous identiques.

Les cubes sont assez lourds pour être déposés et rangés à plat, côte à côte, au fond du bac.

Après avoir déposé le premier cube, Jean constate que l'eau est montée de 3 cm mais que le cube n'est pas totalement immergé.

Déterminer lequel des deux garçons déposera le cube qui fera déborder l'eau contenue dans le bac. Justifier.

**Exercice 13 pour les secondes Pro**  
10 points

## Se plier en trois

Un carreleur a posé sa règle pliable constituée de trois morceaux de 10 cm sur un carreau de carrelage carré. Malheureusement toutes les graduations ne sont pas visibles.

La graduation 0 de la règle coïncide avec le milieu d'un côté, la graduation 10 avec un sommet, la graduation 20 avec un autre milieu et la graduation 30 avec un autre sommet. Voir le dessin ci-contre.

Faire un dessin à l'échelle 1 le plus précis possible et donner la taille du carreau utilisé.

Donner les graduations inscrites (au mm près) à l'intersection des deux morceaux de la règle.

On pourra s'aider d'un logiciel de géométrie dynamique pour répondre à la question posée.

