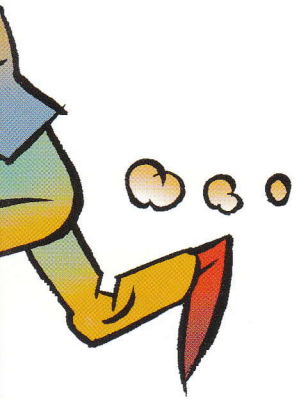


1998
Compétition
interclasses
de 3^e et 2^{de}

Epreuve
d'entraînement
Décembre 1997

Mathématiques sans frontières



organisée par l'IREM et l'Inspection Pédagogique Régionale

Mathématiques sans frontières

4, rue Jacques-Peirates - 67000 Strasbourg - Fax : +(33) (0)3 88 35 53 31

Les exercices n° 2, 4, 6, 8, 9 et 12 ne nécessitent aucune justification. Pour les autres, des explications sont demandées. Toute solution, même partielle, sera examinée. **Le soin sera pris en compte.** Ne prendre qu'une seule feuille-réponse par exercice.

Exercice 1
10 Points

Abracadabra !

Solution à rédiger en allemand, anglais, espagnol ou italien (en un minimum de 30 mots).

David, der Zauberer betritt die Bühne und zeigt dem Publikum drei Kisten. Auf eine dieser Kisten sind zwei Kaninchen gemalt, auf eine andere zwei Tauben, auf die dritte eine Taube und ein Kaninchen.

Mit verbundenen Augen bittet David einen Zuschauer, in eine Kiste zwei Tauben, in eine andere zwei Kaninchen und in die letzte ein Kaninchen und eine Taube zu setzen. Dabei soll das Bild auf der Kiste in keinem Fall mit dem Inhalt übereinstimmen.

Nun behauptet David, daß es ihm genüge, nur einer der drei Kisten ein einziges Tier zu entnehmen, um den Inhalt aller Kisten herauszufinden.

Erkläre, was sich der Zauberer dazu überlegen muß.

David the magician is going on stage and is showing the audience three big boxes.

There are two rabbits drawn on one of the three boxes, two doves on another one and a rabbit and a dove on the last one.

Blindfolded David asks one of the member of the audience to put two rabbits into one box, two doves into another box and finally a rabbit and a dove into the last box so that the content of each box does not correspond to its drawing.

Then David announces that taking one single animal out of only one of the three boxes is enough for him to find out the content of each box.

Explain his reasoning.

David el mago sale a escena y presenta al público tres cajones gruesos. Sobre el primero ha dibujado dos conejitos, sobre el segundo dos palomas, y sobre el tercero un conejito y una paloma.

Vendados los ojos, David le pide a un espectador que ponga dos conejitos en un cajón, dos palomas en otro y por fin un conejito y una paloma en el último cajón, de tal manera que lo que contiene cada cajón no corresponda con el dibujo.

Entonces David declara que no le hace falta sacar más de un animal de un solo cajón para saber lo que contiene cada cajón.

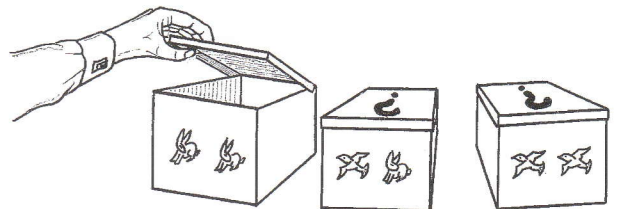
Explicad su razonamiento.

Il prestigiatore Davide entra in scena e presenta al pubblico tre scatoloni. Su uno di questi sono raffigurati due conigli, su un altro sono disegnate due colombe e sul terzo un coniglio e una colomba.

Davide, con gli occhi bendati, chiede ad uno spettatore di introdurre in uno scatolone due conigli, in un altro due colombe e, infine, nell'ultimo scatolone un coniglio e una colomba in modo che il contenuto di ogni scatolone non corrisponda alla figura esterna.

Davide dichiara, quindi, che gli basta levare un animale da uno solo dei tre scatoloni per scoprire il contenuto di ogni scatolone.

Si spieghi il ragionamento del prestigiatore.



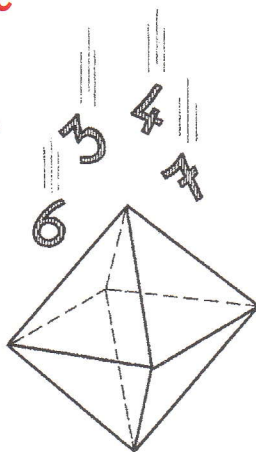
Exercice 2
5 Points

Platonique

L'octaèdre régulier est un des cinq solides de Platon.

Fabriquer un octaèdre régulier.

Numéroter ses faces de 1 à 8 de sorte que la somme des numéros des quatre faces autour de chaque sommet soit égale à 18.



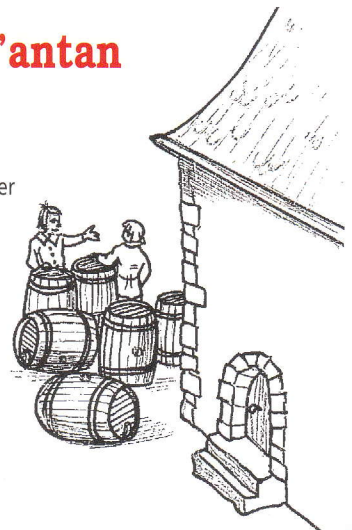
Exercice 4
5 Points

Algèbre d'antan

Nicolas Chuquet a écrit en 1484 le premier livre d'algèbre rédigé en français.

Dans un problème, il demande de partager entre trois personnes vingt et un tonneaux de vin dont sept pleins, sept vides et sept à moitié pleins, de telle sorte que chaque personne ait le même nombre de tonneaux et la même quantité de vin sans ouvrir un seul tonneau.

Donner un partage possible.

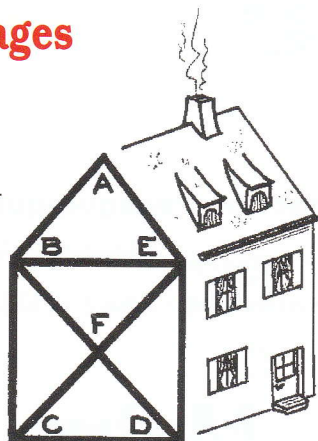


Exercice 3
10 Points

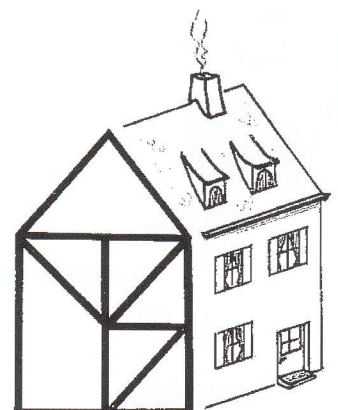
Colombages

Anne essaie de tracer les poutres du pignon de sa maisonnette sans lever le crayon et sans repasser sur un segment préalablement tracé.

Elle y réussit assez vite et, après avoir compté le nombre de segments issus de chaque point nommé, elle comprend qu'il n'y a que deux points possibles pour le début ou la fin du tracé.



En respectant la règle du jeu d'Anne, montrer qu'il est possible de tracer les poutres du pignon de la maisonnette de droite. Donner les étapes du tracé.



Exercice 5
10 Points

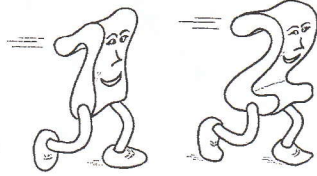
Le premier à 20

Thimothée et Hélène jouent à "la course à 20".

Thimothée commence en écrivant au choix 1 ou 2. Hélène ajoute 1 ou 2 au nombre de Thimothée et écrit la somme obtenue. Puis Thimothée ajoute 1 ou 2 au dernier nombre écrit par Hélène et ainsi de suite à tour de rôle. Le premier qui arrive à 20 a gagné !

Thimothée affirme qu'il a une stratégie qui permet au premier joueur de gagner à coup sûr.

Expliquer la stratégie de Thimothée.

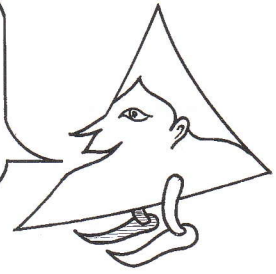


Exercice 6
5 Points

Dessine-moi un triangle

Un de mes angles mesure 50° , un autre 30° et mon périmètre est égal à 15 cm.

Dessinez-moi de la façon la plus précise possible !



Exercice 7
10 Points

Parapli

Lorsque le Professeur eut terminé son cours, un de ses disciples lui demanda :

"Maître, quelle est la courbe décrite par une pierre que je lance devant moi ?"

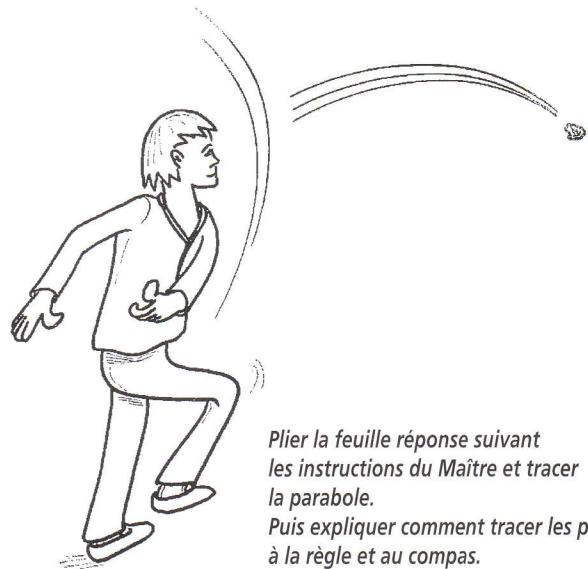
Le Maître lui répondit : "Bonne question ! C'est une parabole et voici un procédé simple pour l'obtenir :

place un point F sur le grand axe de symétrie d'une feuille, à 4 cm du bord supérieur AB. Place un point M sur AB, superpose M et F, marque le pli et déplie, puis recommence en changeant la position de M sur AB.

Après avoir obtenu un certain nombre de plis, tu découvriras que les traces de ces plis enveloppent une parabole."

Le disciple était comblé, mais le Maître ajouta :

"Le bon disciple ne se contente pas de cela et cherche une construction géométrique à la règle et au compas des traces de chaque pli !"



Plier la feuille réponse suivant les instructions du Maître et tracer la parabole.

Puis expliquer comment tracer les plis à la règle et au compas.

Exercice 8
5 Points

Scandaleux !

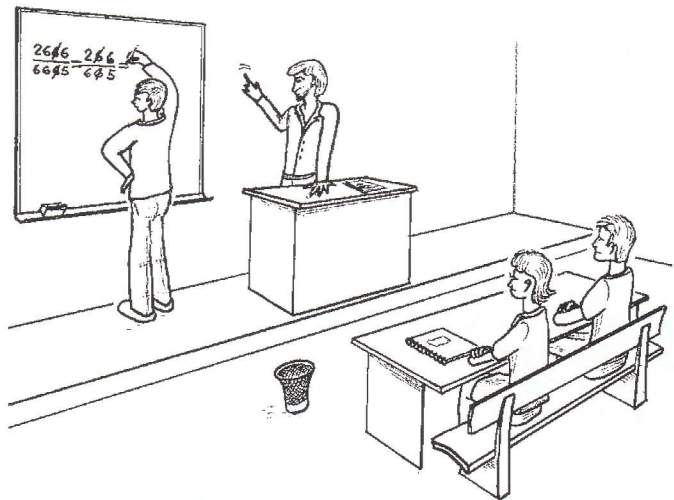
Thimothée est au tableau pour simplifier la fraction $\frac{2666}{6665}$.

"Facile, dit-il, j'enlève un 6 au numérateur et un 6 au dénominateur, j'écris $\frac{266}{665}$ puis je recommence. Je trouve $\frac{26}{65}$ et enfin $\frac{2}{5}$ qui est irréductible."

A la grande surprise de ses camarades, Thimothée ne déclenche pas les foudres de son professeur !

"Toutes les fractions que tu as écrites sont égales, mais quelle drôle de méthode!", dit le professeur.

Trouver une fraction de la forme $\frac{abbb}{bbbc}$, égale à $\frac{1}{2}$ qui se simplifie à la mode de Thimothée.

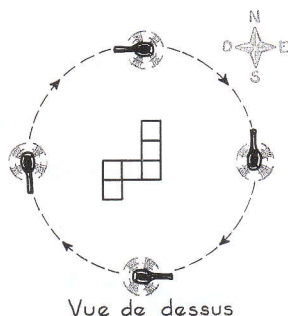


Exercice 9
10 Points

Héli 3D

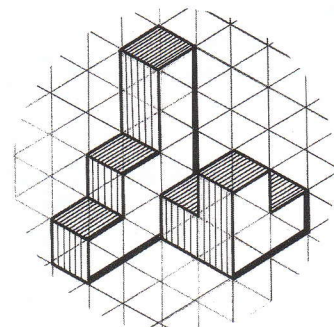
Un hélicoptère tourne au-dessus d'un immeuble pour en faire des photos aériennes.

L'édifice est constitué de onze cubes.



On peut en voir à droite une vue du Nord-Ouest.

Dessiner suivant le même mode de représentation la vue du Sud-Est



Exercice 10
5 Points

Exercice de rattrapage

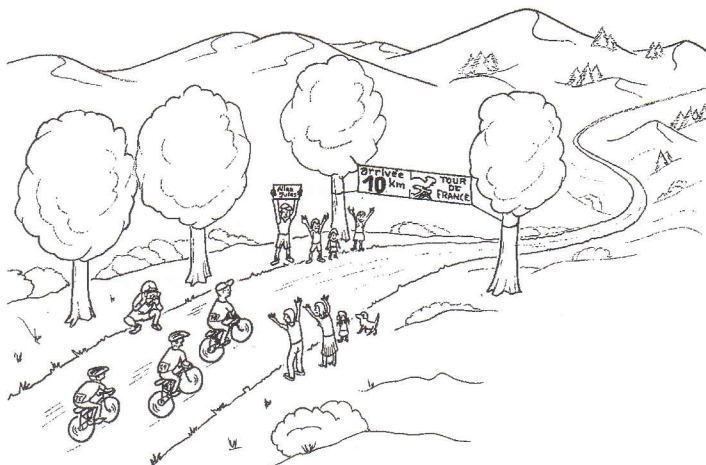
L'arrivée d'une étape du Tour de France cycliste est au sommet du Ballon d'Alsace.

Jules franchit la banderole "Arrivée à 10 km" quatre minutes avant le coureur Richard.

Trente minutes plus tard, Jules franchit la ligne d'arrivée six minutes après Richard.

On suppose qu'entre ces deux instants les vitesses de Jules et Richard sont constantes.

A quelle distance de l'arrivée Richard a-t-il dépassé Jules ?



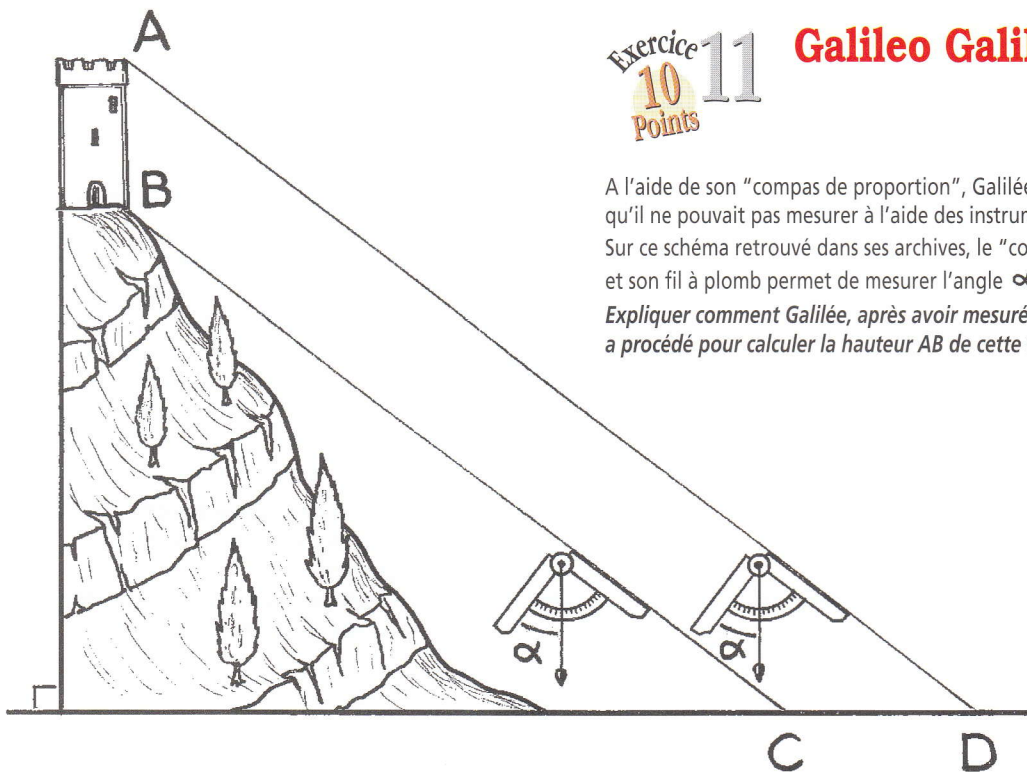
Exercice 11
10 Points

Galileo Galilei

A l'aide de son "compas de proportion", Galilée calculait des longueurs qu'il ne pouvait pas mesurer à l'aide des instruments classiques.

Sur ce schéma retrouvé dans ses archives, le "compas" forme un angle droit et son fil à plomb permet de mesurer l'angle α .

Expliquer comment Galilée, après avoir mesuré la distance CD, a procédé pour calculer la hauteur AB de cette tour.



Exercice 12
15 Points

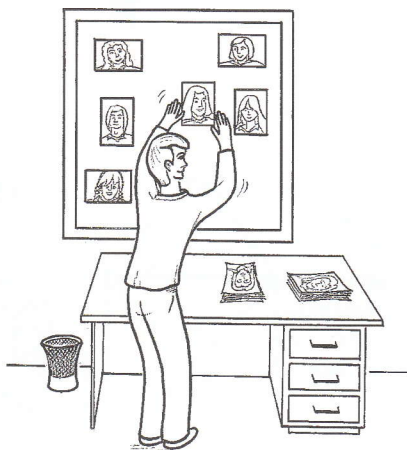
Plein format

Gaëtan expose des photos de la remise des prix des Mathématiques sans Frontières sur un panneau carré de 75 cm de côté.

Il dispose de trente photos à placer horizontalement et de trente photos à placer verticalement, toutes de format 9 x 13 cm

et veut en exposer le maximum.

Dessiner une disposition possible à l'échelle 1/5^e sur la feuille-réponse et indiquer le nombre de photos exposées.



Exercice 13
5 Points

Erreur de taille ?

Dans le but d'obtenir un pentagone régulier, les bâtisseurs du Moyen-Age utilisaient la construction suivante :

On trace un carré et ses médianes, puis le cercle inscrit dans le carré et le cercle circonscrit à ce carré, enfin les points A, B, C, D, E sur le cercle inscrit comme l'indique la figure.

Les points A, B, C, D, E sont-ils régulièrement espacés sur ce cercle ? Justifiez votre réponse.

