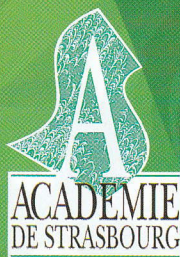


1999

MATHÉMATIQUES SANS FRONTIÈRES

Compétition interclasses de 3^e et 2^{de}

**EPREUVE
D'ENTRAÎNEMENT**



Organisée par l'IREM et
l'Inspection Pédagogique Régionale
Coordination générale :
Mathématiques sans Frontières
4, rue Jacques-Peirotes
67000 Strasbourg
Fax 03 88 35 53 31

Avec le soutien de la Commission des Communautés Européennes



la banque à qui parler



Les exercices n° 2, 5, 6, 7 et 9 ne nécessitent aucune justification. Pour les autres, des explications sont demandées. Toute solution, même partielle, sera examinée. Le soin sera pris en compte. Ne prendre qu'une seule feuille-réponse par exercice.

Langue vivante

10 points → Exercice 1 Tour de magie

Solution à rédiger en allemand, anglais, espagnol ou italien
(en un minimum de 30 mots).

Peter has built a tower by piling ten identical cubes on a table. Here is the design of one of them. Peter tells you the number written on the top-side of the tower and asks you : "what is the sum of the numbers written on all visible sides of the tower ?"

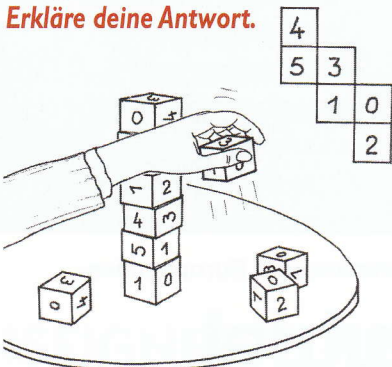
**How will you go about it ?
Explain your answer.**

Pedro ha hecho una torre apilando en un mesa 10 cubos idénticos. Aquí está el modelo de uno de ellos. Pedro le da el número marcado en la cara superior de la torre y le pide la suma total de los números marcados en todas las caras visibles de la torre.

**¿ Cómo lo resuelve usted ?
Explicar la respuesta.**

Pierre hat einen Turm aus 10 gleichen Würfeln gebaut, welche er aufeinandergelegt hat. Das Netz eines dieser Würfel ist hier zu sehen. Pierre verrät dir die Zahl, welche auf der obersten Würfelseite des Turmes geschrieben steht und fragt dich nach der Summe der Zahlen auf allen sichtbaren Seiten des Turmes.

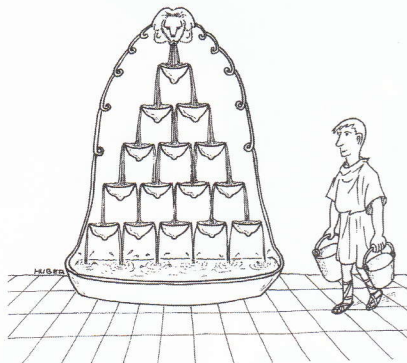
**Wie gehst du vor ?
Erkläre deine Antwort.**



Piero ha costruito una torre impilando su un tavolo 10 cubi identici. Ecco in figura il modello esploso di uno dei cubi. Piero vi comunica il numero scritto sulla faccia superiore della torre e vi domanda la somma dei numeri scritti su tutte le facce visibili della torre.

**In che modo procedete ?
Giustificate la vostra soluzione.**

5 points → Exercice 2 Fontaine romaine



Toutes les vasques de la fontaine ci-dessus débordent. A chaque étage la moitié du volume ajouté à une vasque s'écoule dans chacune des deux vasques placées en dessous. Pendant la journée un mètre cube coule dans la vasque supérieure.

Exprimer sous forme de fraction de ce mètre cube le volume d'eau s'écoulant dans chaque vasque de la fontaine.



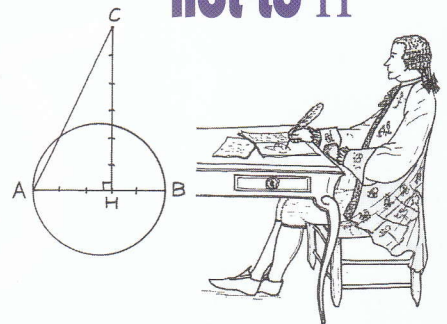
10 points → Exercice 3 Panne de réveil



Les chiffres du réveil de Henri sont formés à partir de 7 segments dont certains sont éclairés et d'autres non. Un des segments est défectueux et ne s'allume plus. A cause de cela, après avoir regardé son réveil, il s'est levé une heure plus tôt que d'habitude.

**Quel est le segment défectueux ?
Justifier la réponse.**

5 points → Exercice 4 To π or not to π

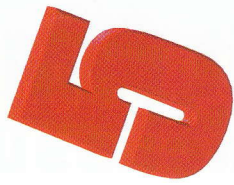
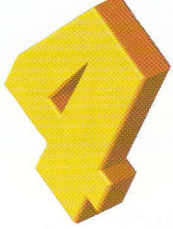


Vers 1680, Thomas Hobbes proposa les étapes de la construction suivante :

- Construire un cercle de 1 décimètre de diamètre.
- Partager un de ses diamètres en 5 parties égales.
- Enfin construire le triangle rectangle AHC tel que $HC = 6/5$ dm comme sur la figure ci-dessus.

Il prétendit alors que le périmètre du triangle AHC est exactement égal à π dm.

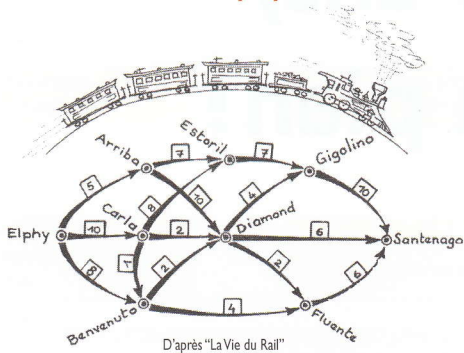
**Que pensez-vous de l'affirmation de Thomas Hobbes ?
Justifier la réponse.**



10 points → Exercice 5
Train train

Sur le réseau ferroviaire on a indiqué sur chaque tronçon entre deux villes le nombre maximum de trains qui peuvent passer par jour dans le sens indiqué. Le trajet entre Elphy et Santenago se fait en moins d'un jour. Un jour, il peut partir au plus 23 trains d'Elphy.

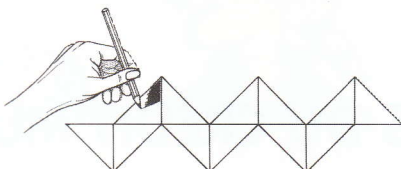
Combien de ces trains, au maximum, peuvent parvenir dans la journée à Santenago ? Reproduire le réseau ferroviaire et, pour les trains qui arrivent à Santenago, indiquer sur chaque tronçon emprunté le nombre de ces trains qui passent.



5 points → Exercice 6
Serpent à cube

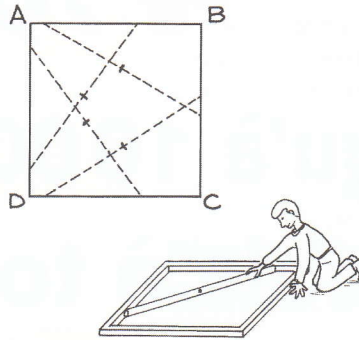
La figure ci-dessous est formée de triangles rectangles isocèles. C'est en fait une facétie de notre dessinateur qui a ainsi représenté un patron de cube.

Reproduire ce patron sur la feuille réponse et, en utilisant 3 couleurs différentes, colorier les faces du cube, deux faces parallèles étant de même couleur.



10 points → Exercice 7
A tout carreau

ABCD est un carré de 13 cm de côté. Une tige de longueur 15 cm est placée à l'intérieur de ce carré de façon que ses deux extrémités appartiennent à deux côtés consécutifs du carré.



Construire la courbe décrite par le milieu de la tige quand celle-ci occupe toutes les positions possibles.

5 points → Exercice 8
Morceaux de mon moulin

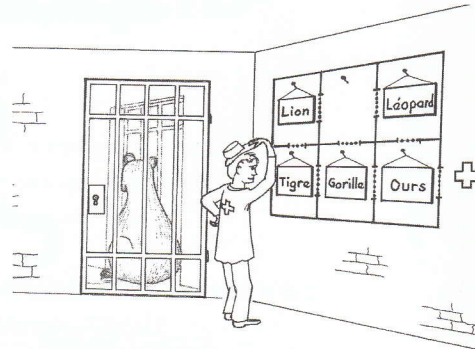


Le meunier a cassé sa meule de pierre en 3 morceaux de 1 kg, 3 kg et 9 kg. Mais il constate qu'à l'aide de ces trois morceaux et d'une balance à deux plateaux, il peut maintenant peser tout objet de masse entière comprise entre 1 kg et 13 kg.

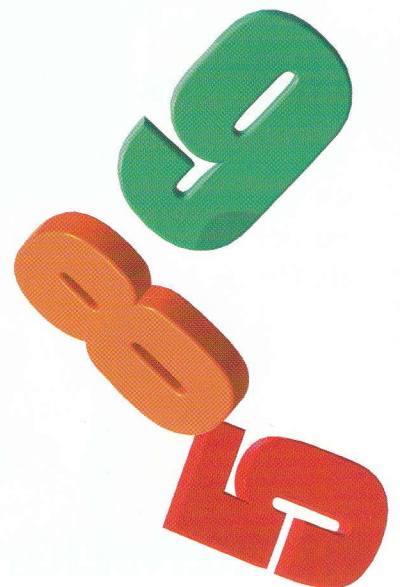
Afin de redonner une nouvelle vie aux morceaux de la meule, expliquer comment procède le meunier pour peser les 13 objets.

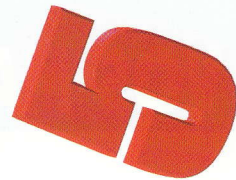
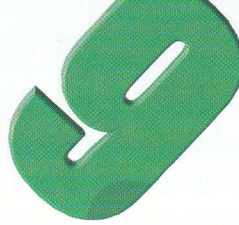
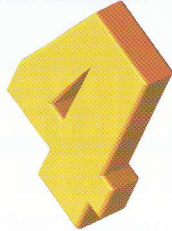
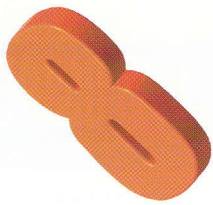
10 points → Exercice 9
Quel cirque !

Voici le plan d'une ménagerie un peu spéciale. Il n'y a qu'une porte d'entrée par l'infirmerie et les cages sont toutes reliées entre elles par des portes. Pour surveiller l'ours qui a été soigné à l'infirmerie, il faut qu'il aille dans la cage du léopard. Mais pour soigner le léopard, il faut l'amener face à l'infirmerie. Il est impossible de faire sortir les animaux car ils sont trop dangereux mais on peut seulement faire passer une bête de sa cage dans une cage vide.



Ecrire sur la feuille réponse la liste, dans l'ordre, des animaux qu'il faut faire passer dans la cage vide pour échanger les positions de l'ours et du léopard.





Exercice 10

15 points

Dodécarrelages

Gontran le châtelain a une figure favorite : le dodécagone régulier qui a 12 côtés. Aussi décide-t-il de faire carreler la grande salle du château avec des dodécagones réguliers de 20 cm de côté.

Ils sont disposés de façon que leurs centres forment un réseau de carrés.



Il subsiste alors une figure entre quatre dodécagones voisins.

Construire quatre dodécagones ainsi placés, chacun étant en contact avec 2 autres par un de ses côtés.

Calculer l'aire réelle de la figure entourée par 4 dodécagones de 20 cm de côté, voisins du carrelage.

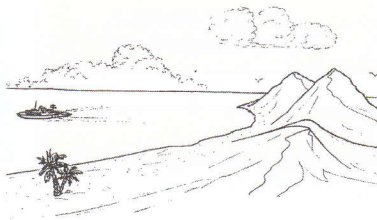
Seconde

5 points

Exercice 11 Corvette en fête

Quelque part en mer une flottille navigue à cap constant à la vitesse de 12 nœuds, c'est-à-dire 12 milles par heure. Une corvette part en avant pour reconnaître le secteur ; sa vitesse passe alors à 24 nœuds. Après avoir parcouru 60 milles, la corvette fait demi-tour pour rejoindre le reste de la flottille.

Quel temps, en heures et en minutes, s'est-il écoulé entre le départ et le retour de la corvette, en supposant les vitesses constantes entre ces deux instants ?



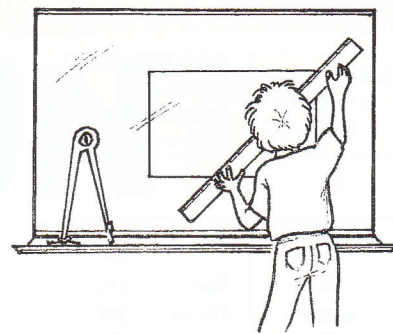
10 points

Exercice 12 Was jst das ?

Pierre, Paul et Jacques s'entraînent pour le concours de Mathématiques Sans Frontières.

Ils tracent chacun les quatre bissectrices des angles d'un rectangle. Celles-ci se coupent deux à deux en quatre points qui semblent former un quadrilatère particulier.

- C'est un rectangle, dit Pierre.
- Moi je pense que c'est un losange, dit Paul.
- Et si c'était un carré ? dit Jacques.



Faire la figure et dire qui a raison. Justifier la réponse.

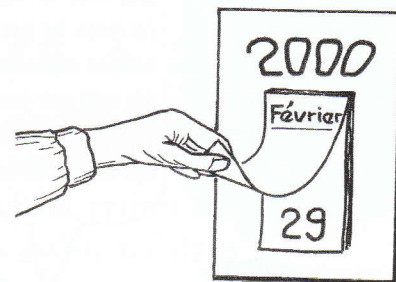
15 points

Exercice 13 Révolution de calendrier

Le temps moyen de révolution de la terre autour du soleil est environ égal à 365,242 jours.

Puisque le nombre de jours par an est un nombre entier, Jules César a introduit les années bissextiles. Plus tard, le Pape Grégoire a instauré la règle suivante ;

Les années bissextiles sont celles dont le numéro est multiple de 4 avec une exception pour les années multiples de 100 ; parmi celles-ci, seules celles dont le nombre de centaines est multiple de 4 sont bissextiles. Ainsi 1900 n'était pas bissextile, mais 2000 le sera.



Expliquez cette particularité en calculant le nombre d'années bissextiles nécessaires en 400 ans.

Cette règle vous paraît-elle immuable ?

