Mathématiques Sans Frontières Junior CM2/6°

- Epreuves de découverte 2013 -

Corrigé

Epreuve 1 :

Verrückt nach Reis !

Mad about rice !

التمرين 1: مَجْنونُ ألأَرُز

Réponse : Marco pose le 1000ème grain de riz sur la 10ème case.

Précision : On cherche sur quelle case Marco dépose le 1000ème grain (et non quelle case contient plus de 1000 grains).

D'une case à l'autre, Marco double le nombre de grains qu'il dépose (sur la 1ère case : **1** grain, sur la 2ème : **2** grains, sur la 3ème : **4** grains, sur la 4ème : **8** grains, ...).

N° de case	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nombre de grains présents sur cette case	**1**	**2**	**4**	**8**	16	32	64	128	256	512
Nombre de grains **au total** sur l'échiquier	1	1 + 2 = 3	3 + 4 = 7	7 + 8 = 15	15 + 16 = 31	31 + 32 = 63	63 + 64 = 127	127 + 128 = 255	255 + 256 = 511	**511 + 512 = 1023**

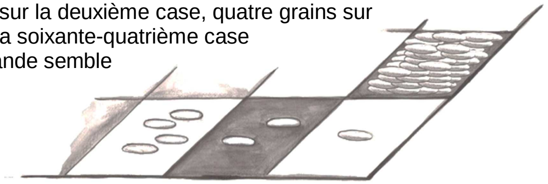
Lorsque la 9ème case est remplie, il y a 511 grains au total sur l'échiquier.

Lorsque la 10ème case est remplie, il y a 1023 grains en tout sur l'échiquier.

Marco pose donc le 1000ème grain sur la **10ème** case.

Pour information :

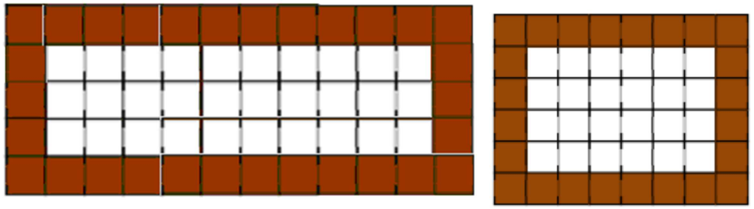
D'après la légende, l'inventeur présumé des échecs indiens serait un brahmane nommé Sissa. Il aurait inventé le *chaturanga* pour distraire le prince indien Belkib (3 000 ans av. J.C) de l'ennui, tout en lui démontrant la faiblesse du roi sans entourage. Souhaitant le remercier, le monarque propose au sage de choisir lui-même sa récompense. Sissa demande juste un peu de blé. Il invite le souverain à placer un grain de blé sur la première case d'un échiquier, puis deux sur la deuxième case, quatre grains sur la troisième, huit sur la quatrième, et ainsi de suite jusqu'à la soixante-quatrième case en doublant à chaque fois le nombre de grains. Cette demande semble bien modeste au souverain fort surpris et amusé par l'exercice. Mais le roi n'a jamais pu récompenser Sissa : tout compte fait, il aurait fallu lui offrir non pas un sac, mais 18 446 744 073 709 551 615 grains... soit la moisson de la Terre pendant environ cinq mille ans !



référence : http://classes.bnf.fr/echecs/histoire/ind_leg.htm

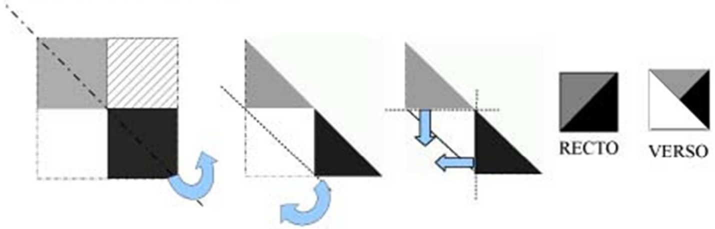
Epreuve 2 : Tout Choco

Il n'y a que deux réponses possibles (4X6 ou 6X4 et 3X10 ou 10X3), donc soit 24 carrés blancs et 24 carrés noirs ou soit 30 carrés blancs et 30 carrés noirs.

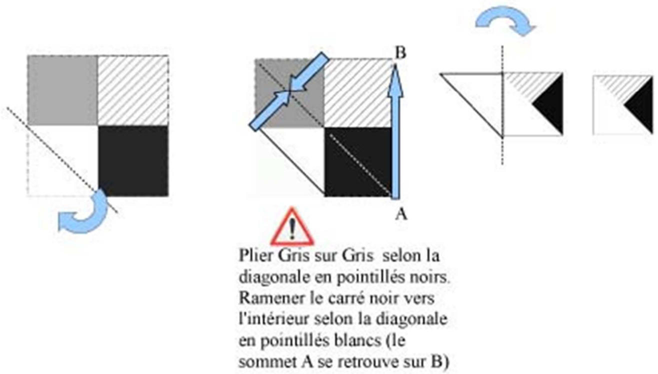


Epreuve 3 : Origami

CORRIGÉ FIGURE A



CORRIGÉ FIGURE B



Epreuve 4 : Salle obscure

Dans la salle de cinéma, il y a 50 sièges (24+1+25) dans un sens et 22 sièges (8+1+13) dans l'autre sens. Donc **1100** sièges au total (22x50).

Epreuve 5 : XD T tro LOL !!!

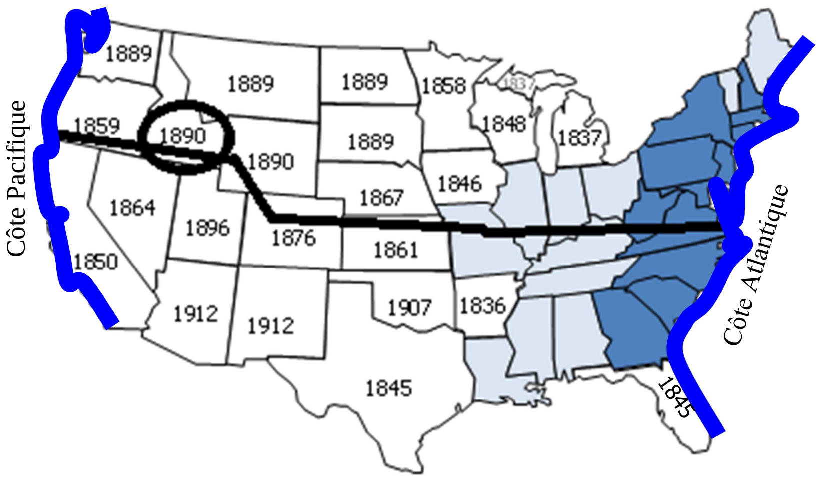
La solution est :

- **Lundi : 11 SMS**
- **Mardi, Mercredi et Jeudi : 13 SMS (39 : 3)**
- **Vendredi et samedi : 15 SMS**
- **Dimanche : 20 SMS**

Vérification :

- 11+ 39 + 30 +20 = 100

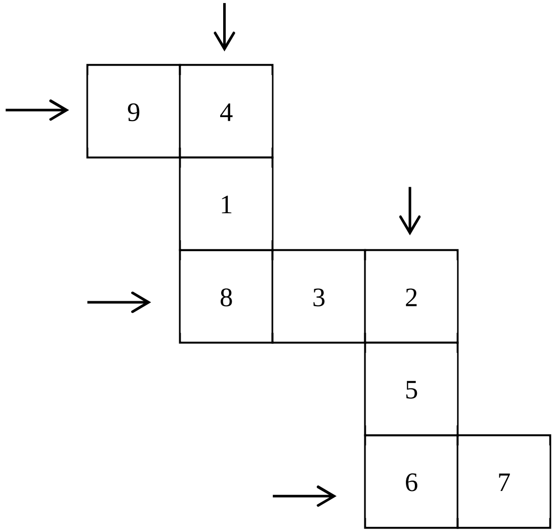
Epreuve 6 : Côte à côte



Il existe plusieurs chemins qui respectent les conditions de Lucky Bill pour traverser les Etats-Unis. La ligne noire représente l'un de ces chemins. Mais dans tous les cas, cette traversée ne sera possible qu'en 1890.

Epreuve 7 : Magic' grille

La somme des nombres dans chaque ligne et chaque colonne désignée par une flèche est 13.



Epreuve 8 : Aux maîtres près

Cet exercice est une nouveauté : merci de vous référer aux explications de la page 4 du corrigé pour cet exercice, avant d'entrainer vos élèves et de lire la correction.

Démarche de résolution :

Le périmètre s'obtient en additionnant toutes les envergures de chacun des élèves et des maîtres. On ne les connait pas : il est nécessaire d'estimer ces données en utilisant des approximations.
Le périmètre de l'école peut s'approximer par :
(8 x **nombre d'élèves** x **envergure des élèves**) + (nombre de maîtres x **envergure des maîtres**).

Les quantités soulignées sont les quantités estimées.
A noter que ce dernier terme peut être négligé eut égard à l'approximation. Le résultat final doit être cohérent avec le choix des élèves de le considérer ou pas.

Estimation des données

Données à extrapoler : nombre moyens d'élèves dans une classe, envergure des élèves et des maîtres.
Nombre moyen d'élèves : **25** mais on peut tolérer entre 20 et 30 (cela dépend du contexte…)
Nombre de maîtres : **8** (mais là aussi les contextes peuvent jouer : les élèves pourraient être tentés d'ajouter directeur et autre maître de soutien)
Envergure moyenne : les recherches anthropométriques montrent un rapport entre taille et envergure légèrement inférieur à 1 (0,9) chez l'humain. La taille moyenne d'un enfant va de 1 m 10 à 6 ans à 1m40 à 10 ans.
Les élèves auront un échantillon réduit (eux…) qui leur permettra d'avoir des méthodes plus simples : mesure d'une ou plusieurs envergures pour constater l'envergure moyenne des élèves de la classe et par extrapolation des classes de l'énoncé.
On peut donc estimer que l'envergure retenue pourra osciller entre 1 et 1,4 mètres pour des élèves d'élémentaire.
Le même raisonnement mène à une envergure comprise entre 1,50 et 1,70 m pour les adultes. Là aussi, les élèves seront surement tentés de mesurer l'envergure du seul adulte présent…

La résolution du problème et la gestion de l'approximation :
Deux modalités de calcul : le calcul d'une valeur moyenne (la modalité la plus attendue chez les élèves) et le calcul de deux limites, une basse l'autre haute (procédures vraisemblablement moins présente chez les élèves mais utile aux correcteurs car donnant un intervalle de tolérance).

Une valeur moyenne :
8x25x1,25 + 8x1,50 = 262 m… soit 250 m environ….
Attention ceci est un exemple qui n'est pas LA correction. La réponse peut varier bien sûr selon les contextes et les estimations retenues. L'important est ici d'obtenir l'application d'une démarche juste mathématiquement avec les données choisies de manière plausible.
On pourra ainsi accepter toutes valeurs correctement calculées entre les deux limites proposées ci-dessous.

Le calcul d'un intervalle :
Une façon de traiter l'approximation peut s'obtenir en utilisant un calcul pour chacune des bornes de l'intervalle des envergures.
Hypothèse basse : 20 élèves, 1m d'envergure sans les maîtres : 160 m
Hypothèse haute : 30 élèves, 1m40 d'envergure avec 10 enseignants : 350m
L'école pourrait mesurer entre 160 et 350 mètres.
Tout intervalle entrant dans ces limites et qui correspond à un raisonnement correct et à une estimation sensée et justifiée des données manquantes est valable.

Pour les collègues voulant proposer une notation à l'épreuve, on pourra proposer un barème sur 5 points pour cet exercice :
- 0 ou 0,5 pour une démarche fausse ayant raté l'absence de données
- 1 ou 1,5 pour les réponses identifiant l'absence de données et n'ayant pas une démarche de résolution ;
- 2 ou 2,5 pour la proposition d'un calcul cohérent mais avec des données mal extrapolées ;
- 3 pour une démarche fausse mais avec une extrapolation des données correctes et justifiées ;
- 3,5 pour une extrapolation correcte et une démarche juste mais des erreurs de calcul ;
- 4 ou 4,5 à une solution juste mais avec des soucis de justification notamment dans l'extrapolation des données ou la démarche.
-5 : démarche et résultat juste, explicitation claire et résultat signalé comme approximé.
Ce barème est typique des barèmes utilisés par le jury de correction.
Une variante serait d'envisager un barème autour des deux aspects de la résolution :

- 1,5 point pour l'extrapolation des données + 1 point pour la justification
- 1,5 point pour la justesse de la démarche + 1 point pour la justification

Epreuve 9 : Faut pas pousser

Spécial 6ème

L'inscription gravée sur l'amphore est :

ARCHIMEDE

Voici un tableau décrivant l'algorithme :

Lettre codée	X	U	P	I	R	B	H	Y	H
Rang	24	21	16	9	18	2	8	25	8
3×Rang + 7	79	70	55	34	61	13	31	82	31
Reste	1	18	3	8	9	13	5	4	5
Lettre décodée	A	R	C	H	I	M	E	D	E

Texte de présentation de l'exercice 8 : « aux maîtres près »

De l'esprit des exercices sans données dans mathématiques sans Frontières Junior

La particularité de ces exercices est qu'ils ne donnent pas toutes les données numériques. Ce type de problème s'inspire du problème de Fermi (physicien célèbre), qu'il proposait aux postulants au doctorat pour tester leur capacité à imaginer des solutions cohérentes après avoir extrapolé des données plausibles : Combien d'accordeurs de pianos y a-t-il à New York ? Plus qu'une solution exacte, c'est l'utilisation de raisonnements mathématiques pour résoudre de manière plausible un problème de la vie courante qui est attendue dans ce type d'exercice.

On rejoint bien là les objectifs essentiels de la compétition mais aussi l'enseignement des maths !

Les attendus du jury de correction des épreuves de Mathématiques Sans Frontières Junior sont donc principalement une capacité à raisonner pour extrapoler les données manquantes et les intégrer de manière cohérente à une démarche de résolution mathématique. Encore une fois**, plus que la justesse d'un résultat, c'est ici la justesse du raisonnement et la cohérence de la démarche qui importe**.

Analyse de la tâche a priori

Trois éléments sont nécessaires à la résolution de cette épreuve (sans compter les aspects habituels de la résolution d'une épreuve de Mathématiques Sans Frontières Junior : représentation de la situation, représentation du problème, élaboration d'une démarche, explicitation des résultats et justification éventuelle de la démarche) :

- l'identification des données manquantes ;

- la justification de leur extrapolation vers des valeurs plausibles ;

- l'explicitation d'une solution tenant compte des approximations faites.

Quelques préconisations pour la mise en œuvre :

Inciter les élèves à utiliser ce qu'ils ont sous la main pour effectuer l'extrapolation des données. Les problèmes utilisent un contexte scolaire qui n'est pas fortuit. Il pourrait s'avérer nécessaire de débloquer le travail de groupe en leur suggérant de calculer la longueur de la ronde des élèves (cf. épreuve de découverte).

L'explicitation des trois éléments lors du retour en classe sur l'épreuve de découverte doit insister sur ce point. Une mise en commun correction insistera sur les attendus des correcteurs : des extrapolations justifiées, une démarche juste et une explicitation des résultats. Cette mise en commun visera à proposer une organisation et une présentation correcte mais aussi à montrer l'approximation forcément effectuée.