Mathématiques sans Frontières Junior CM2/6ème
- Epreuves Finales 2020 -

Corrigé

Epreuve 1 : Il paye ca$h

Dans cet exercice, les élèves ont à chercher le nombre de chaque sorte de fleurs qui compose un bouquet coutant 84 €.

Ce type d'exercice amène les élèves à raisonner par tâtonnement, évaluer un ordre de grandeur, procéder par étapes en modifiant des variables en fonction des résultats obtenus.

Les prix des deux fleurs étant proches (7€ et 8€), les élèves peuvent raisonner en divisant le montant total par 2 ce qui revient à chercher le nombre de fleurs coutant environ 42 €. Avec cette somme, on peut acheter 6 fleurs rouges et 5 fleurs blanches. Mais comme il reste 2 €, il va falloir réajuster, en cherchant de proche en proche jusqu'à arriver à la somme exacte.

Une autre façon de faire serait de chercher le prix de chaque groupe de fleurs inférieur à 84 € soit 10 roses blanches au maximum ou 12 roses rouges). Cela permet de réduire l'étendu des nombres à tester.

nb	**Prix de n fleurs banches en €**	**Prix de n fleurs rouges en €**
0	**0**	**0**
1	**8**	**7**
2	**16**	**14**
3	**24**	**21**
4	**32**	**28**
5	**40**	**35**
6	**48**	**42**
7	**56**	**49**
8	**64**	**56**
9	**72**	**63**
10	**80**	**70**
11	**88**	**77**
12	**96**	**84**

Grâce au tableau ci contre, les élèves peuvent trouver les deux couples solutions :
1) 4 fleurs rouges et 7 fleurs blanches (28 + 56 = 84)
2) 12 fleurs rouges et 0 fleur blanche (84 + 0 = 84)

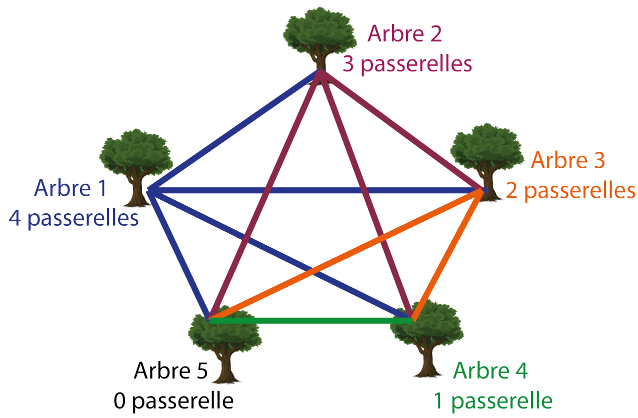
Une autre approche serait encore de se dire que le nombre maximal de fleurs rouges est 12, dans ce cas les 84€ sont dépensés et il ne reste plus d'argent pour acheter des fleurs blanches.
Si Michael n'achète que 11 fleurs rouges, il lui reste 7€, insuffisant pour acheter une fleur blanche.
On imagine ensuite qu'il achète 10 fleurs rouges …
La démarche peut être présentée dans le tableau ci-dessous.

Nb de fleurs rouges	Dépense pour fleurs rouges	Argent restant	Nb de fleurs blanches achetées	Somme restante
12	84	0	0	0
11	77	7	0	7
10	70	14	1	6
9	63	21	2	5
8	56	28	3	4
7	49	35	4	3
6	42	42	5	2
5	35	49	6	1
4	28	56	7	0
3	21	63	7	7
2	14	70	8	6
1	7	77	9	5
0	0	84	10	4

On observe que les seules possibilités d'avoir un bouquet à 84€ sont d'avoir 12 fleurs rouges et 0 blanches ou encore 4 fleurs rouges et 7 fleurs blanches.
Un travail de justification du choix de la seule solution valable est alors à mener : les énoncés précisent que le bouquet est composé de fleurs rouges **et** de fleurs blanches. La valeur de ce « et » est très importante. Le même énoncé utilisant « ou » accepterait alors plusieurs solutions.

Epreuve 2 : D'Euler dans les branches

L'utilisation du schéma en traçant les passerelles est tout à fait pertinente car cela permet d'organiser son raisonnement et de visualiser les passerelles déjà prises en compte. Il suffit enfin de dénombrer les tracés pour répondre.

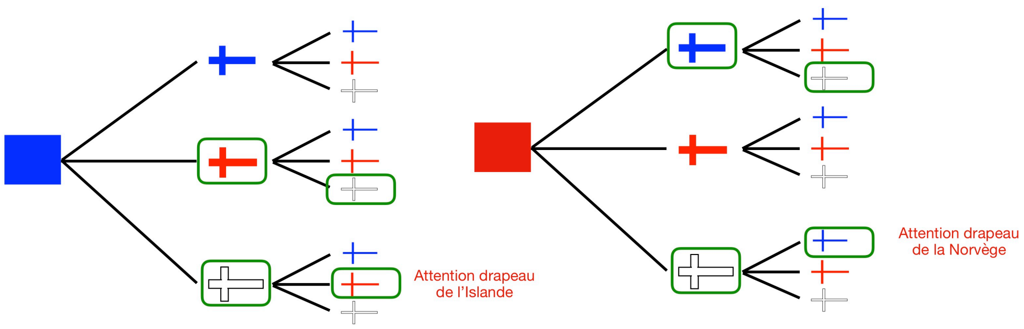


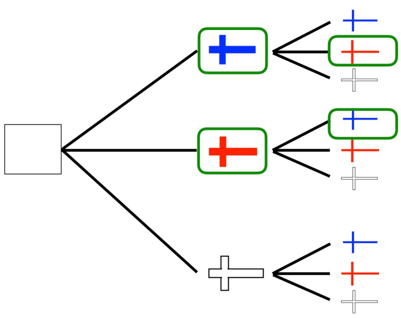
L'observation des passerelles tracées en utilisant des couleurs permet de constater que de chaque arbre partent bien 4 passerelles mais il y a une passerelle en moins à tracer à chaque nouvel arbre (puisqu'elle existe déjà) ce qui aboutit au calcul :
4 + 3 + 2 + 1 + 0 = 10.

Une exploitation intéressante serait de se poser la question de savoir combien il y aurait de passerelles avec 3 arbres (2+1 = 3 passerelles), 4 arbres (3+2+1 = 6 passerelles) 6 arbres (5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15 passerelles), 7 arbres (6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 21 passerelles).

Epreuve 3 : Féroé

Dans ce genre de problème, on peut tout à fait passer par la recherche exhaustive des combinaisons. Elle peut se faire sous forme d'arbre ou de tableau pour organiser et structurer la recherche ou alors en coloriant directement les annexes fournies.



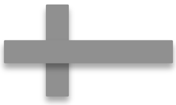


Pour chaque couleur de fond de drapeau il y a 2 combinaisons possibles (respectant les consignes).
Il convient de supprimer le drapeau de la Norvège et de l'Islande.

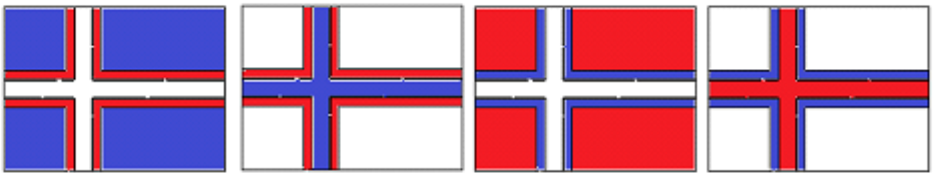
Il reste donc 4 combinaisons pour le drapeau des îles Féroé.

Le passage par l'arbre permet de raisonner et d'éliminer les combinaisons ne répondant pas aux critères :

- un drapeau doit contenir les 3 couleurs différentes (1 branche entière peut être supprimée, voire même non tracée et 1 seule feuille est conservée en extrémité d'arbre)
- les îles Féroé ne peuvent utiliser les drapeaux de la Norvège et de l'Islande (on supprime les 2 combinaisons)

		
B	R	Blc
B	Blc	R → (Islande)
Blc	B	R
Blc	R	B
R	B	Blc
R	Blc	B → (Norvège)

Il reste donc 4 drapeaux réalisables :



Iles Féroé

Comme tout problème nécessitant l'étude de l'exhaustivité des cas, afin d'être sûr d'obtenir toutes les réponses possibles, la recherche doit être organisée. Par la résolution de plusieurs exemples *(ex. Flammenkuchen, finale 2016)*, les élèves comprennent l'intérêt de lister tous les cas possibles en ne faisant varier qu'un élément à la fois.

L'usage de l'arbre permet de découvrir qu'il est possible de calculer (assez facilement) le nombre de combinaisons : pour chaque fond de couleur il y a 9 drapeaux réalisables (les 9 feuilles à l'extrémité de l'arbre). De là on peut déduire qu'il y a 27 drapeaux possibles au total. Avec les contraintes de couleur, toutes ne seront pas valables et peuvent être éliminées d'emblée.
Hormis la formalisation de la réponse, le coloriage des annexes ne peut être efficient que s'il y a ce travail de disjonction des cas au préalable. *(Le coloriage des 27 drapeaux puis l'élimination de certains seraient longs et fastidieux).*

Dans l'exploitation avec la classe de ce type de problèmes, utiliser un TBI permet de réaliser les superpositions de formes assez facilement ; surtout si le logiciel permet de « cloner des formes à l'infini ». Un simple déplacement permet de reconstituer toutes les combinaisons en un minimum de temps.

<u>Epreuve 4 : Les diamants sont séquentiels</u>

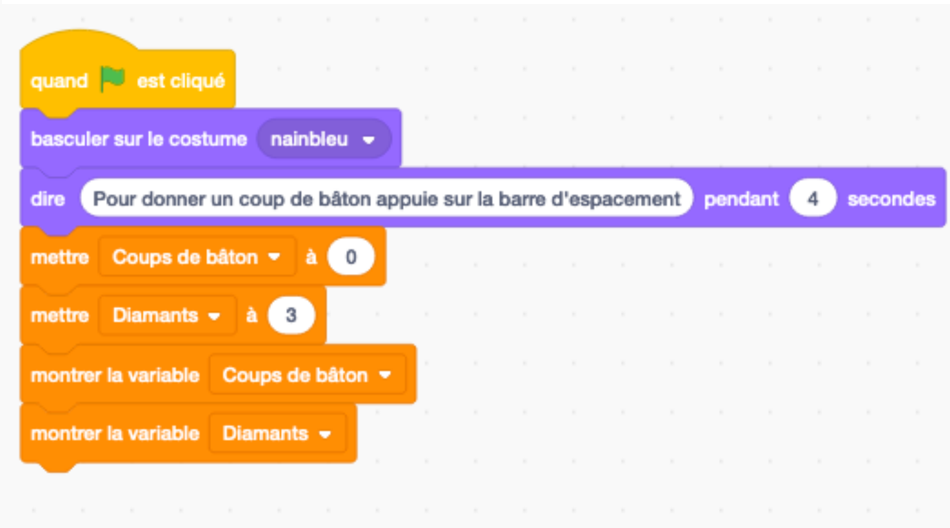
La difficulté de l'épreuve tient dans la bonne interprétation de ce qui se passe lorsque l'on frappe le coffre.
Il s'agit pour les élèves d'expliciter les différents cas et d'identifier les différentes étapes de l'algorithme à l'œuvre.
L'exercice constitue une bonne introduction du si … alors et du si … alors …. Sinon … (présents dans la consigne).

Ci-dessous le nombre de diamants en fonction du nombre de coups de bâton.

Coup de bâton	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	**10**	11	12	13
Nb de diamants	3	8	7	6	11	10	9	14	13	12	**17**	16	15	20
Remarques	Départ Multiple de 3			Multiple de 3			Multiple de 3			Multiple de 3	**Nombre max de diamants**		Multiple de 3	Supérieur à 19

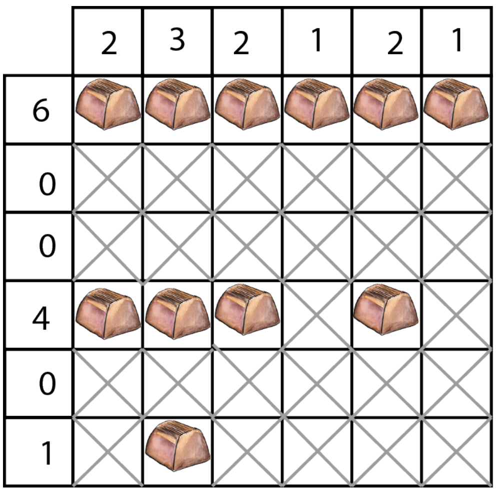
Nain Bleu doit donc frapper le coffre **10 fois** pour obtenir le maximum de diamants.

En prolongement, un défi intéressant pourrait être de coder sur scratch les différentes opérations afin de tester les différentes possibilités jusqu'à la disparition du coffre.
Le programme pourrait être rédigé ainsi :



Le programme est disponible sur *https://scratch.mit.edu/projects/375496564* si vous souhaitez le récupérer et le faire évoluer. (Si le lien ne fonctionne pas, vous pouvez le copier/coller dans la barre d'adresse de votre navigateur.)

<u>Epreuve 5 : Forrest</u>

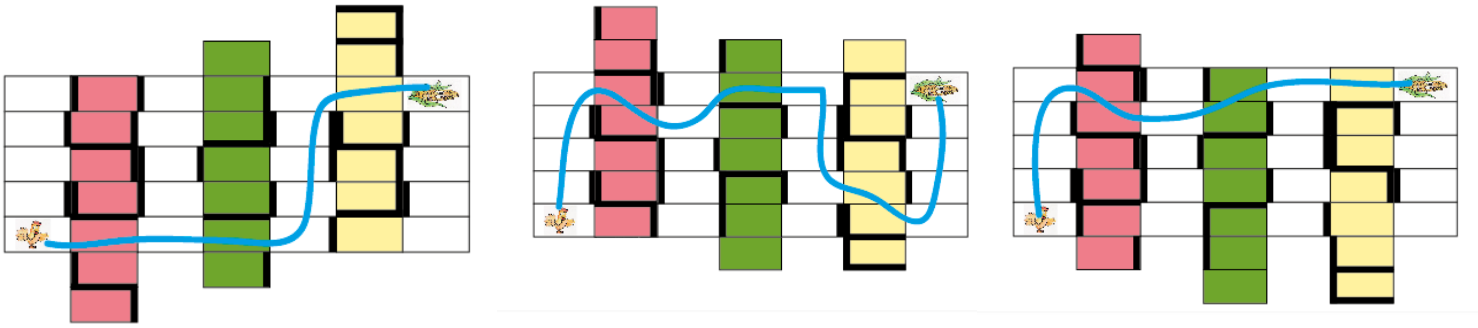


Pour compléter cette grille à contraintes, les élèves peuvent s'appuyer sur les lignes complètes (indice 6) ou vides (indice 0) pour démarrer. Le croisement des autres indications permet de trouver l'emplacement des chocolats restants.

Un travail de formulation du « si …. Alors » est intéressant à mener du type :
Si on a 6 chocolats dans la ligne 1 alors il n'y en a plus d'autres dans les colonnes 4 et 6.
Ordre de placement des chocolats :
Ligne 1 puis colonne 2 → Les placements ne peuvent pas êtres différents.
Puis traitement de la colonne 1, 3 et 5.

Epreuve 6 : Laby ne fait pas le moine

Il s'agit de permettre à la poule de traverser le quadrillage pour atteindre l'épi de maïs.
Cet exercice comporte de nombreuses solutions.
Chaque languette pouvant être placée selon 6 positions différentes, de nombreuses combinaisons permettent le passage de la poule.
Voici 3 solutions différentes parmi toutes celles possibles.



On peut proposer aux élèves de réinvestir les conclusions tirées dans l'exercice Féroé pour dénombrer les différentes combinaisons possibles.

Il y a 6 x 6 x 6 combinaisons possibles (sans tenir compte de la position des murs) soit 216 au total.
En tenant compte des murs :

- la languette rouge peut être placée d'1 seule façon dans un sens et de 2 façons dans l'autre soit 3 au total ;
- la languette verte peut être placée de 3 façons dans chaque sens soit 6 au total ;
- la languette jaune peut être placée de 2 façons dans chaque sens soit 4 au total.

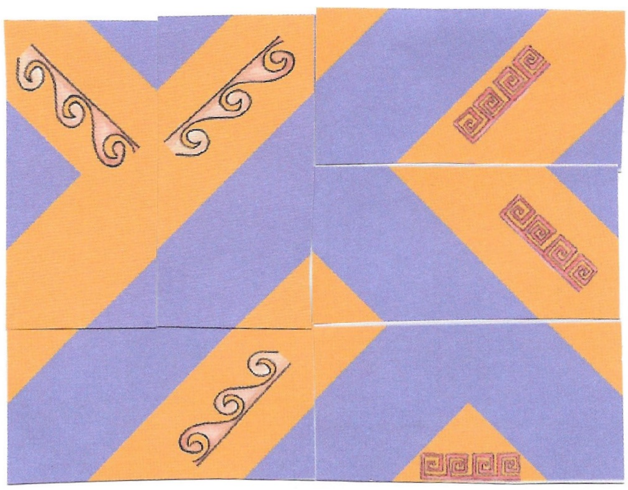
Il y a donc 3 x 6 x 4 combinaisons possibles (laissant passer la poule jusqu'à l'épi de maïs) soit 72 solutions.

Une fois de plus, pour l'exploitation de cet exercice en classe, l'usage d'un TNI permet d'effectuer les tests des solutions puis de garder en mémoire la trace des essais.

Epreuve 7 : Archéo-logique

C'est un exercice de manipulation pure.

La difficulté de ce puzzle réside dans le fait que toutes les pièces ne sont pas orientées de la même manière et qu'elles ne sont pas à la même échelle que la mosaïque de l'énoncé. En intervertissant quelques pièces, on peut obtenir des motifs ressemblants mais orientés différemment.
La seule solution à ce problème est la suivante :



<u>Epreuve 8 : C'est foot la place qu'on a</u>

C'est un problème ouvert : il reste toujours aussi déroutant pour les élèves qui ont du mal à formuler des hypothèses, à choisir des données numériques, plausibles, que l'énoncé ne donne pas.
L'enjeu de ce problème (cf. les réflexions proposées lors du corrigé de l'épreuve de découverte) est de solliciter l'ingéniosité des élèves, la prise d'initiative ainsi que leur esprit critique en prenant appui sur le réel et/ou leurs connaissances pour pouvoir estimer au plus près une réponse possible.

2 estimations sont nécessaires :

- ***les dimensions possibles d'une salle de classe***

  → Les élèves peuvent mesurer directement la salle de classe dans laquelle ils travaillent ; soit à l'aide d'instruments de mesure (règle du tableau, décamètre, règle élève), soit approximativement en comptant les pas. Pour la hauteur, ils peuvent estimer à partir de la taille d'un élève, par déduction (un peu moins de 2 fois la taille d'un élève).

  Les valeurs obtenues peuvent ensuite être arrondies pour faciliter le calcul, sachant que l'on est dans l'estimation, dans un ordre de grandeur et non dans une réponse exacte.

  ➔ Dimensions d'une salle de classe en m : environ 10 x 5 x 3 *(soit un volume de 150 m^3).*

- ***la dimension d'un ballon de football***

  → Les élèves peuvent estimer le diamètre d'un ballon de football, voire se référer à une encyclopédie.
  ➔ Diamètre de la balle environ 25 cm.

Ce problème semble délicat à traiter si les notions de volumes et de leur calcul est encore fragile voire non abordé. Pourtant, il est possible de s'affranchir de ces notions avec la première stratégie.

<u>Plusieurs stratégies sont envisageables, notamment :</u>

- Estimer ou calculer le nombre de ballons qu'il est possible de poser au sol pour le recouvrir le plus possible : 40 ballons dans la longueur et 20 ballons dans la largeur, soit 40 x 20 = 800 ballons pour recouvrir le sol.

  Ensuite il faut poser différentes couches successives pour remplir la pièce jusqu'au plafond. Il faut 12 ballons pour les 3m de hauteur de la pièce, donc 12 couches de 800 ballons

  En tout il faudra 12 x 800 ballons = 9600 ballons

  Au lieu de privilégier le sol on pourrait aussi privilégier un des murs latéraux.

  On peut envisager d'estimer le nombre de ballons sur la longueur en construisant un gabarit dans le plan du ballon.

- Si on s'est aventuré à calculer le volume de la salle de classe, on peut calculer le nombre de ballons par mètre cube :

- 1 ballon mesurant environ 25 cm de diamètre, il est inscrit dans un cube de 25 cm de côté.
- On peut donc aligner 4 ballons par m. Soit 64 ballons par m^3 : 4 x 4 x 4 = 64.
On peut alors estimer à 9 600 ballons dans une salle de classe : 64 x 10 x 5 x 3 = 9 600.

Epreuve 9 :

Marc passe 8 h 45 min dans le parc. Il mange pendant 20 min ; il lui reste donc 8 h 25 min pour les attractions, soit 505 min. (8 h 25 min = 8 x 60 min + 25 min = 505 min.)

5 min + 35 min + 7 min = 47 min.
En tout il faut 47 minutes pour chaque attraction.
On cherche donc à savoir combien de fois il y a 47 minutes dans 505 minutes.

505 = (47 x 10) + 35 (écriture de l'égalité de la division euclidienne de 505 par 47)

Il peut donc faire au maximum 10 attractions et il aura 35 minutes de battement !